

# LAIVAPOTKURIN TIIVISTETTY MELULÄHDEMALLI

Antti Hynninen<sup>1,a</sup>, Jukka Tanttari<sup>1,b</sup>

<sup>1</sup> Teknologian tutkimuskeskus VTT Oy

<sup>a</sup> PL 1000, 02044 VTT; <sup>b</sup> PL 1300, 33101 Tampere  
etunimi.sukunimi@vtt.fi

## Tiivistelmä

Laivojen aiheuttamaa vedenalaista melua halutaan pääsääntöisesti rajoittaa ympäristön suojelemiseksi. Vedenalaisen melun hallintaa ajavat myös sotilalliset syyt. Useat luokituslaitokset ovat laatineet mittausohjeita ja suosituksia laivojen aiheuttamalle enimmäismelupäästölle. Yksi tärkeimmistä laivan melulähteistä on potkuri. Suuremmilla laivojen nopeuksilla kavitaatio vahvistaa melutasoa etenkin lapataajuudella ja sen kerrannaisilla. Laivapotkurin aiheuttamaa melupäästöä voidaan ennakoida simuloimalla veden virtausilmiöitä, laivarakenteiden värähtelyjä sekä äänen etenemistä vedessä. Tarkat numeeriset laskentamenetelmät ovat kuitenkin varsin raskaita. Tiivistetyistä, yksinkertais-tetuista melulähdemalleista on huomattavaa hyötyä mm. reaaliaikaisessa melutason arvioinnissa. Tässä työssä laivapotkurin tiivistetty melulähdemalli muodostetaan käänteiskarakterisoinnilla. Ensimmäiseksi potkurin akustinen käyttäytyminen simuloidaan tarkalla numeerisella laskentamenetelmällä. Seuraavaksi melulähde kuvataan muutamasta alkeislähteestä koostuvalla joukolla. Alkeislähdejoukon ominaisuudet haetaan käänteiskarakterisoinnilla käyttäen simuloituja äänenpaineita lähtötietoina. Lopuksi menetelmän toimivuus verifioidaan vertaamalla tarkan mallin ja tiivistetyn mallin tuloksia. Simuloitujen äänenpaineiden sijaan käänteiskarakterisoinnin lähtötietoina voidaan käyttää esimerkiksi kavitaatiotunnelista mitattua dataa.

## 1 JOHDANTO

Mittausohjeet ja suositukset laivojen aiheuttamalle enimmäismelupäästölle liittyvät erityisesti väliaineeseen, mutta myös lähteiden tyypilliseen kokoon, äänen syntytapoihin sekä traditioihin melupäästön kvantitatiivisessa ilmoittamisessa. VTT:llä tehdään tutkimusta kattaen koko aihealueen: mittaukset, rakenteiden äänensäteily, potkurin äänen tuotto sekä äänen eteneminen vedessä [1]. Tässä työssä keskitytään laivapotkurin aiheuttaman melupäästön ennakoointiin.

Laivapotkurin melupäästöä voidaan ennakoida numeerisilla laskentamenetelmillä [2]. Tarkat laskentamenetelmät ovat kuitenkin varsin raskaita. Tiivistettyjä melulähdemalleja tarvitaan esim. melutason arviointiin reaaliaikaisesti. Kavitoimattoman potkurin melu sisältää lapataajuuden ja sen harmonisia, turbulenssin ja jättöreunan pyörteiden aiheuttamaa laajakaistaista melua sekä tonaalista melua virtauksen pyörreanan ja lavan ominaistuuksien yhteisvaikutuksena. Suuremmilla laivanopeuksilla kavitaatio kasvattaa melun tasoa huomattavasti. Kavitaatiokuplien kehittyminen ja romahtaminen aiheuttaa laajakaistaista melua. Kavitaatiokuplien tilavuusvaihtelu vahvistaa lapataajuista melua ja sen harmonisia.



© 2021 Antti Hynninen, Jukka Tanttari. Tämä on avoimesti julkaistu teos, joka noudattaa Creative Commons NIMEÄ 4.0 Kansainvälinen –lisenssiä (CC BY 4.0). Teosta saa kopioida, levittää, näyttää ja esittää julkisesti ja siitä saa luoda johdannaisteoksia, kunhan tekijän nimi ja lähde mainitaan asianmukaisesti.

## 2 MENETELMÄT

### Tarkka laskentamalli

Potkurin aiheuttama turbulenttinen virtauskenttä sekä kavitaatioilmiöt voidaan ratkaista tarkasti numeerisen virtausdynamiikan menetelmin CFD:llä (Computational Fluid Dynamics). Akustisia analogioita käyttäen CFD tuloksista muodostetaan lähdetermit elementtimenetelmämalliin (Finite Element Method - FEM) jolla simuloidaan äänikentän käyttäytymistä aluksen rungon läheisyydessä. Aaltoyhtälö voidaan Lighthillin analogiaa käyttäen kirjoittaa muotoon:

$$-\omega^2 \rho - c_0^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1)$$

missä  $\omega$  on kulmanopeus,  $\rho$  on tiheys,  $c_0$  on äänen nopeus ja  $T_{ij}$  on Lighthillin tensori. Gaussin teoreemaa käyttämällä aaltoyhtälö saadaan elementtimenetelmällä ratkaistavaan muotoon:

$$\omega^2 \int_{\Omega} N \rho d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x_i} c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_i} d\Omega = i\omega \int_{\Gamma} N \rho v_i n_i d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x_i} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} d\Omega, \quad (2)$$

missä  $\Omega$  on tilavuus  $\Gamma$  on potkurin sisälle sulkeva pinta,  $v$  on nopeus ja  $N$  on muotofunktio. Tätä muotoa käyttäen tilavuustermien ja pintatermien vaikutusta voidaan arvioida erikseen. Tässä työssä tarkastellaan ainoastaan pintatermien vaikutusta potkurin aiheuttamaan meluun.

Vapaassa kaukokentässä ääniaallot leviävät lähteestä säteittäisesti. Äänenpainejakauma tietyllä etäisyydellä riippuu lähteen suuntaavuudesta. Paikallinen aaltorintama lähestyy asympotoottisesti tasoallon käyttäytymistä ja aaltojen leviäminen noudattaa  $1/r$ -lakia. Yleensä laivapotkurin käyttäytymistä tutkitaan myös pienoismalleilla kavitaatiotunnelissa. Tunnelissa ääniaaltojen käyttäytymien on täysin erilaista kuin vapaassa kentässä [3]. Tunnelin seinät rajoittavat aaltojen etenemistä sallien vain pituussuuntaisen etenemisen. Tyyppillisesti tunnelin seinämät ovat melko korkealle taajuudelle asti akustisessa lähikentässä. Tunnelin seinät kuormittavat akustista lähdettä muuttaen sen käyttäytymistä. Tässä työssä tarkastellaan potkurin akustista käyttäytymistä tunnelissa ja vapaassa kentässä. On huomattava, että tässä työssä ei tutkita tarkan laskentamallin hyvyttä, vaan tarkalla laskentamallilla tuotetaan lähtö- ja vertailutietoja likimääräistä, tiivistettyä mallia varten.

### Käänteiskarakterisointi: idea

Käänteiskarakterisoinnissa ideana on lähteä liikkeelle vasteesta. Alkuperäistä melulähdettä kuvataan valitulla alkeislähdejoukolla (korvauslähteillä, substitute sources). Korvauslähdejoukolle haetaan ominaisuudet, jotka tuottavat mahdollisimman tarkasti saman vasteen kuin alkuperäinen melulähde. Perimmäinen motiivi on tietenkin tuottaa lähteestä kuvaus, joka on riippumaton ympäristöstä ja joka siksi voidaan, toisin kuin vasteet, siirtää toiseen akustiseen ympäristöön. Toinen motiivi on se, että korvauslähteiden käyttö on olennaisesti kevyempää kuin perimmäisistä fysikaalisista ilmiöistä lähtevä laskenta.

### Käänteiskarakterisointi: menetelmä

Korvauslähdejoukossa on  $M$  kappaletta alkeislähteitä (yleensä monopoleja) avaruudellisesti sijoiteltuina yli alkuperäislähteen säteilevän pinnan tai tilavuuden. Tarkemmin mm. viitteissä [4-8]. Keskeinen idea on käyttää mahdollisimman pientä määrää alkeislähteitä, mutta kuitenkin niin, että alkuperäisen lähteen äänensäteily tulee riittävän hyvin kuvatuksi.

Akustisen kentän karakterisointiin käytetään  $N$  kenttäpistettä sijoitettuina “edustaviin” paikkoihin. Ongelma on tyypillisesti ylimääritelty;  $N \geq M$ .

Kenttäpisteiden äänenpainevektori  $p$  saadaan siirtomatriisin  $H$  ja lähdevoimakkuusvektorin (tilavuusnopeusvektorin)  $q$  tulona. Suureet ovat kompleksisia taajuuden funktioita.

$$p = H q \quad (3)$$

Käänteiskarakterisoinnissa tehtävänä on määrittellä korvauslähteet “käänteisesti”, eli sovittamaan lähdevoimakkuudet ja lasketut tai mitatut äänenpaineet yhteen hyödyntämällä erikseen määritettyä siirtomatriisia  $H$ . Tämä ei kuitenkaan ole yksioikoista, koska ongelma on ylimääritelty, siirtomatriisi ei ole neliömatriisi eikä sitä voida suoraan kääntää.

Tehtävässä hyödynnetään siirtomatriisin pseudoinverssiä  $H^+$ . Pseudoinverssi voidaan määrittää hyödyntämällä singulaariarvohajotelmaa. Siirtomatriisi voidaan purkaa matriiseiksi  $U$  ( $N \times N$ , vasteiden singulaarivektorit),  $\Sigma$  ( $N \times M$ , diagonaalimatriisi, singulaariarvot) sekä  $V$  ( $M \times M$ , lähteiden singulaarivektorit):

$$H = U \Sigma V^H \quad (4)$$

jossa yläindeksi  $H$  viittaa kompleksikonjugataan transpoosiin (conjugate transpose, Hermitian transpose). Nyt siirtomatriisin pseudoinverssi  $H^+$  voidaan muodostaa matriisitulona

$$H^+ = V \Sigma^+ U^H \quad (5)$$

ja lähdevoimakkuusvektori saadaan

$$q = H^+ \tilde{p} = V \Sigma^+ U^H \tilde{p} \quad (6)$$

$\tilde{p}$  sisältää äänenpaineet kenttäpisteissä (sensoripisteissä). Niissä on väistämättä virheitä ja kohinaa. Siksi kenttäpisteen paine poikkeaa “tarkasta” paineesta virhetermin  $e$  verran:

$$\tilde{p} = p + e \quad (7)$$

Huomaa, että siirtomatriisin  $H$  termit alkeislähteille tunnetaan vain hyvin yksinkertaisissa tapauksissa, kuten vapaassa äänikentässä. Yleisessä akustisessa ympäristössä siirtomatriisi on laskettava tai mitattava erikseen.

### Käänteiskarakterisointi: prosessi

Käänteiskarakterisointiprosessi etenee seuraavasti:

- 1) Valitaan korvauslähteiden järkevä määrä ja määritellään niiden alueellinen jakauma.
- 2) Valitaan kenttäpisteiden järkevä määrä ja sijainti.
- 3) Määritetään siirtomatriisi. Tämä tapahtuu siten, että korvauslähdepisteisiin asetetaan voimakkuudeltaan tunnetut lähteet, laskennassa yleensä yksikkötilavuusnopeudet. Lähteet aktivoidaan yksi kerrallaan ja näin määritetään siirtomatriisin vastaavat sarakkeet. Lasketaan tämän jälkeen siirtomatriisin pseudoinverssi. Tässä työssä siirtomatriisin muodostamiseen, samoin kuin muuhunkin “eteenpäin laskentaan” (yhtälö 3) lähteistä kenttäpisteisiin käytettiin reunaelementtimenetelmää (BEM). Matriisilaskenta (yhtälöt 4-6) tehdään tarkoituksenmukaisella ohjelmistolla, esimerkiksi MATLABilla.
- 4) Määritettyä korvauslähdemallia testataan tunnetulla lähdevektorilla. Mikäli malli tai lähestymistapa on toimiva, tuottaa käänteiskarakterisointi riittävän tarkasti oikeat (tunnetut) lähdeparametrit. Tarvittaessa mallia korjataan, kunnes lopputulos tyydyttää.
- 5) Määritetään korvauslähteet “todelliselle”, mitatulle tai lasketulle äänenpainevektorille.
- 6) Tarkistetaan, että korvauslähdemalli tuottaa riittävän tarkasti mitatut äänenpaineet.
- 7) Korvauslähdemalli voidaan siirtää toiseen akustiseen ympäristöön.

### 3 ESIMERKKIPOTKURI

Esimerkkitapaukseksi valittiin SVA Potsdamin mallipotkuri (kuva 1) [9]. PPTC (Postdam Propeller Test Case) potkurin tarkoituksena on mahdollistaa erilaisten testaus- ja simulointimenetelmien validointi. Tässä työssä tarkastellaan kavitoivaa testipotkuria suorassa virtauksessa. Viisilapaisen potkurin pyörimisnopeus on 1200 rpm, eli lapataajuus on 100 Hz.



**Kuva 1: PPTC esimerkkipotkuri vasemmalla ja potkurin sisään sulkeva konforminen pinta keskellä. Potkurin halkaisija on 25 mm. Oikealla: leikkaus kavitaatiotunnelifluidin akustisesta elementtimallista.**

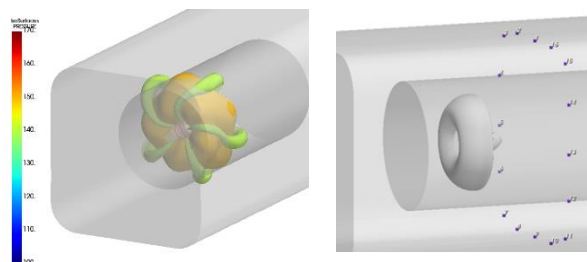
Potkuria tarkasteltiin työntävänä, lähteen [9] mukaisessa toimintapisteessä kaksi (etenemisluku  $J = 1.3$  ja kavitaatioluku  $\sigma_n = 1.4$ ). Tässä operointipisteessä esiintyy lapojen kärkipöyrrekavitaatiota sekä potkurin lavan juurikavitaatiota paine- ja imupuolella.

Potkurin akustista käyttäytymistä kavitaatiotunnelissa sekä vapaassa kentässä simuloitiin tarkalla numeerisella mallilla. Tunnelifluidin akustinen elementtimalli (kuvassa 1) koostuu noin 800 000 elementistä. Tunnelin päädyt on mallinnettu heijastamattomin reunaehtoin. Akustiset lähteet tuotiin virtauslaskentasilmoitteista potkurin sisään sulkevalle konformille Lighthill-pinnalle (kuvassa 1).

Kavitaatiotunnelimallin lisäksi potkuri mallinnettiin vapaassa avaruudessa. Vapaan avaruuden malli koostuu potkurin konformista pinnasta ja sen lähiympäristöstä sekä näitä ympäröivästä pallomaisesta tilavuudesta, jonka säde mukautuu simuloitavaan taajuuskaistaan. Suurimmillaan vapaan kentän elementtimallissa on 2.5 miljoonaa vapausastetta.

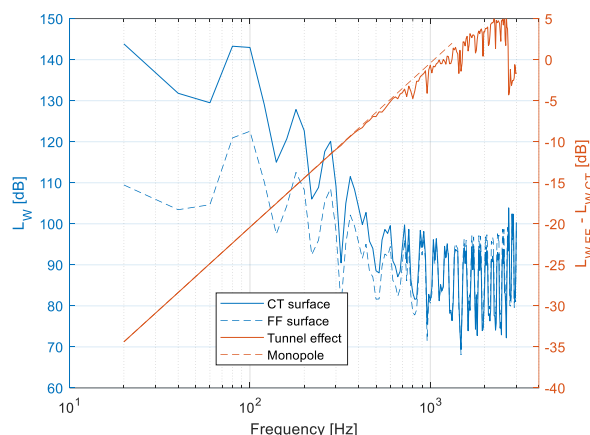
### 4 TULOKSET

Akustinen kenttä kavitaatiotunnelissa sekä vapaassa kentässä ratkaistiin resoluutiolla 20 Hz taajuuskaistalla 20...3000 Hz. Virtauslaskennan tuloksista muodostetut akustiset lähteet aiheuttavat pyörivän painekentän potkurin läheisyyteen. Esimerkki pinalähteiden aiheuttamista akustisen paineen tasa-arvopinnoista 100 Hz taajuudella on esitetty vasemmalla kuvassa 2. Vastepisteet käänneiskarakterisointia varten on esitetty oikealla kuvassa 2. Vastepistetaso sijaitsee 200 mm alavirran suuntaan potkurin keskipisteestä.

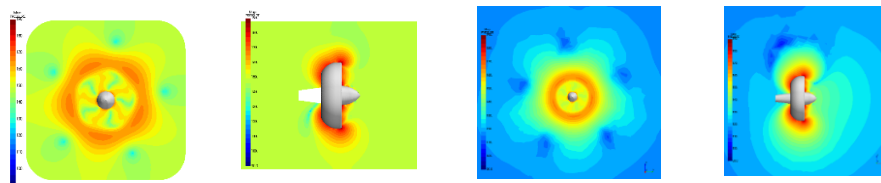


**Kuva 2: Esimerkki pinalähteiden aiheuttamista akustisen paineen tasa-arvopinnoista 100 Hz taajuudella (vasemmalla). Vastepisteet tunnelin seinämällä käänneiskarakterisointia varten (oikealla).**

Tarkoilla elementtimalleilla lasketut PPTC potkurin äänitehotasot kavitaatiotunnelissa ja vapaassa kentässä on esitetty kuvassa 3. Kuvassa on esitetty myös tuloksista laskettu äänitehotasokorjaus sekä monopoliherätteen teoreettinen äänitehotasokorjauskäyrä. Huomaa, että teoreettinen korjaus pätee vain tasoaaltoalueella. Vastaavat äänenpainejakaumat 100 Hz taajuudella potkurin läheisyydessä on esitetty kuvassa 4.



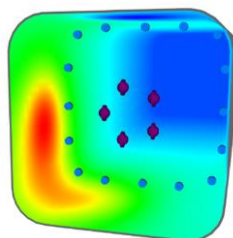
**Kuva 3:** Tarkoilla elementtimalleilla lasketut PPTC potkurin äänitehotasot tunnelissa (Cavitation Tunnel, CT) ja vapaassa kentässä (Free Field, FF) sekä näistä laskettu äänitehotasokorjaus. Kuvassa on myös esitetty monopoliherätteen teoreettinen äänitehotasokorjauskäyrä.



**Kuva 4:** Äänenpainejakaumat potkurin läheisyydessä 100 Hz taajuudella. Kavitaatiotunnelissa (vasemmalla) ja vapaassa kentässä (oikealla).

### PPTC-potkurin käännteiskarakterisointi tunnelissa

BEM-mallin korvauslähteistössä on 5 monopolia (vastaten potkurin lapojen lukumäärää) ympyrällä, jonka halkaisija on 175 mm (0.7 kertaa potkurin uloin halkaisija). 16 sensoria on sijoitettu rengasmaisesti 200 mm alavirtaan potkurista, 25 mm etäisyydelle tunnelin pinnasta, kuva 5.

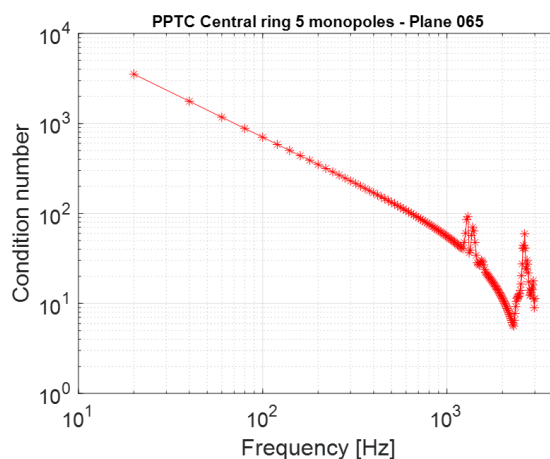


**Kuva 5:** PPTC-potkurin korvauslähdemalli sekä 16 sensorin vastepistekehä.

Korvauslähdemalli voidaan muodostaa hyvin monella eri tavalla. Tässä työssä käytettiin esikuvana Kim & Nelsonin [5] menettelyä kanavassa olevan puhaltimen siipipyörän käännteiskarakterisoinnissa. Muitakin malleja kuten dipolirengasta (5 dipolia 10 monopolilla)

kokeiltiin, mutta niiden tuottama lisäarvo oli pieni. On huomattava, että korvauslähteiden lukumäärän lisääminen ja niiden geometrisen jakauman monimutkaistaminen on “kaksiteräinen miekka”. Mahdollisuudet lähteen piirteiden täsmälliseen kuvaamiseen paranevat, mutta samalla numeeriset ongelmat potentiaalisesti kasvavat vapausasteiden kasvun myötä. Lähteiden lukumäärän lisääminen edellyttää yleensä myös vastepisteiden lukumäärän lisäämistä.

Yhtälöryhmän ratkaisu ja siirtomatriisin kääntäminen on tunnetusti viriheerkkää ja häiriöaltista. Matriisin kuntoluku (Condition number) kertoo, miten herkkä yhtälöryhmän ratkaisu on lähtötiedoissa esiintyvillä virheillä. Kuvassa 6 on PPTC-potkurin korvauslähdemallin siirtomatriisin kuntoluku taajuuden funktiona 20...3000 Hz.



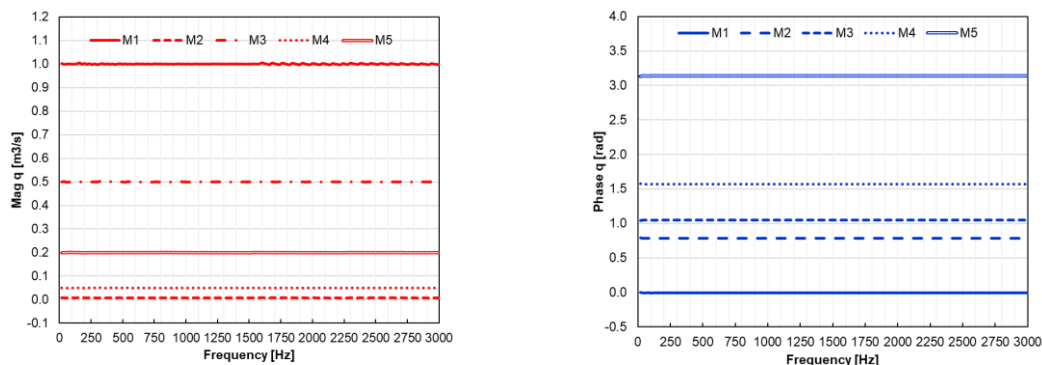
**Kuva 6: PPTC-potkurin korvauslähdemallin siirtomatriisin  $H$  kuntoluku.**

Kuntoluvun suuruuden arvottaminen pieneksi/hyväksi tai suureksi/huonoksi ei ole kovin suoraviivaista. Käänteiskarakterisoinnissa matriiseille esitetään kuntolukuja väliltä alle 10 aina arvoihin luokkaa  $10^{12}$  saakka. Kuntoluvun voidaan yleensä olettaa olevan riittävän pieni/hyvä, kun sen arvo on enintään  $10^3$  [4,8]. Tällöin ei tarvita erityisiä menettelyjä (ns. regularisointi) matriisien suhteen ja korvauslähdemalli on todennäköisesti sellaisenaan hyvin toimiva. Kuvassa 6 olevan kuntolukukäyrän mukaan PPTC-potkurin korvauslähdemalli on potentiaalisesti hyvin toimiva noin 60 Hz taajuuden yläpuolella. Korkeampien aaltomuotojen ns. cut-on -taajuuksilla (noin 1300 ja 2600 Hz) kuntoluvussa esiintyy selviä epäjatkuvuuksia ja huippuja.

Käänteiskarakterisoinnin testaamiseen käytettiin Taulukon 1 mukaista tunnettua lähteistöä. Testin tulokset ovat kuvassa 7. Käänteiskarakterisointi antoi testilähteistön erittäin hyvällä tarkkuudella. Magnitudin suurin suhteellinen virhe oli noin 0.5 % (0.04 dB). Vaiheen suurin absoluuttinen virhe oli noin 0.2 astetta (0.003 radiaania).

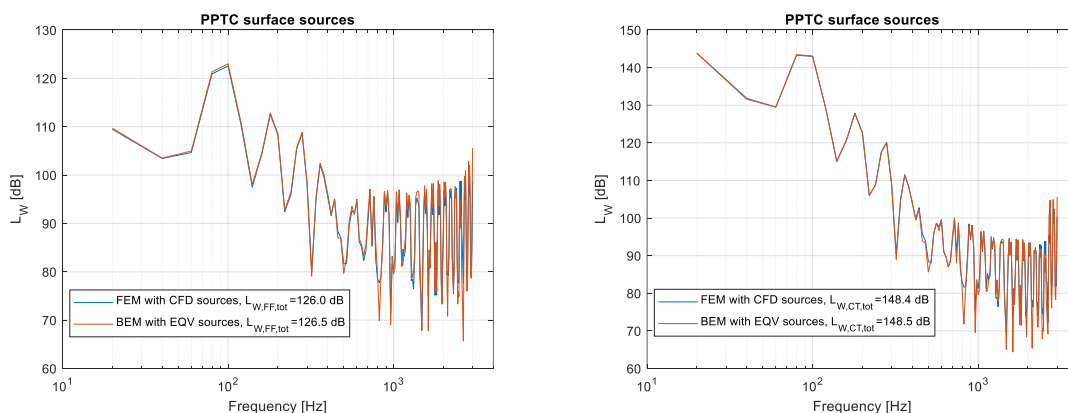
**Taulukko 1: Mallin testaamiseen käytetty tunnettu lähteistö.**

Monopoli n:o	Tilavuusnopeuden magnitudi [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]	Tilavuusnopeuden vaihe [radiaania]
1	1	0
2	0.01	$\pi/4$
3	0.5	$\pi/3$
4	0.05	$\pi/2$
5	0.2	$\pi$



**Kuva 7: PPTC-potkurin korvauslähdemallin testaus tunnetulla lähteistöllä, testitulokset. Tilavuusnopeuden magnitudit vasemmalla ja vaiheet oikealla.**

PPTC potkurin korvauslähdemallin ja tarkan laskentamallin tuloksia vapaassa kentässä ja tunnelissa on vertailtu kuvassa 8.



**Kuva 8: PPTC potkurin tuottama äänitehotaso vapaassa kentässä (vasemmalla) ja tunnelissa (oikealla) laskettuna tarkalla mallilla sekä tiivistetyllä korvauslähdemallilla.**

## 5 POHDINNAT

Kuvan 8 perusteella viidestä monopolista koostuva korvauslähteistö näyttäisi toimivan erinomaisesti. On huomattava, että löytynyt korvauslähteistö ei ole ainoa ”oikea” ratkaisu. Viisi monopoliähdettä kuvaa viisilapaista potkuria melulähteenä kuitenkin paremmin kuin esim. yksi monopoli tai dipoli. Yksinkertaisuudessaan tiivistetyt mallit sopivat hyvin digitaalisiin kaksosiin ja laivapotkurin reaaliaikaiseen meluarviointiin. Tiivistetty malli ei kuitenkaan korvaa tarkkaa mallia, etenkin potkurinmelun aiheuttamaa lähikentää ja äänen syntymekanismien yksityiskohtia tarkasteltaessa.

Tässä työssä tarkasteltiin Lighthillin analogian mukaisen aaltoyhtälön (1) pintatermien vaikutus potkurin aiheuttamaan meluun. Pintatermit huomioivat ainoastaan konformin pinnan sisällä olevat lähteet. Turbulenssin ja jättöreunan pyörteiden aiheuttaman laajakaistaisen melun huomioimiseksi on otettava mukaan myös kaavan (2) tilavuustermit. Tällöin käänteiskarakterisointiprosessi pysyy samana, mutta korvauslähteistö ja kenttäpisteet on määriteltävä toisin.

## 6 YHTEENVETO

Tässä työssä laivapotkurin tiivistetty melulähdemalli muodostettiin käänteiskarakterisoinnilla. Ensimmäiseksi potkurin akustinen käyttäytyminen simuloitiin tarkalla numeerisella laskentamenetelmällä. Seuraavaksi melulähde kuvattiin muutamasta alkeislähteestä koostuvalla joukolla. Alkeislähdejoukon ominaisuudet haettiin käänteiskarakterisoinnilla käyttäen simuloituja äänenpaineita lähtötietoina. Lopuksi menetelmän toimivuus verifioitiin vertaamalla tarkan mallin ja tiivistetyn mallin tuloksia. Simuloitujen äänenpaineiden sijaan käänteiskarakterisoinnin lähtötietoina voidaan käyttää esimerkiksi kavitaatiotunnelista mitattua dataa.

## 7 KIITOKSET

Työ tehtiin VTT:n omarahoitteisessa *PropScale* projektissa.

## VIITTEET

- [1] Hynninen, A., Tanttari, J., Uosukainen, S., Viitanen, V. & Sipilä, T., Laivojen vedenalaisen melun tutkimusta VTT:llä, Akustiikkapäivät, Oulu, 2019.
- [2] Viitanen, V., Hynninen, A., Tanttari, J., Sipilä, T., Lübke, L., Klose, R. & Siikonen, T. CFD and CHA simulation of the underwater noise induced by a marine propeller in two-phase flows. Proceedings of the Fifth International Symposium on Marine Propulsors smp'17, Espoo, 2017.
- [3] Hynninen, A., Tanttari, J., Viitanen, V. & Sipilä, T. On predicting the sound from a cavitating marine propeller in a tunnel. Proceedings of the Fifth International Symposium on Marine Propulsors smp'17, Espoo, 2017.
- [4] Berckmans, D., Kindt, P., Sas, P., & Desmet, W. Evaluation of substitution monopole models for tire noise sound synthesis. Mechanical Systems and Signal Processing, 24(1), 240-255, 2010.
- [5] Kim, Y., & Nelson, P. A. Estimation of acoustic source strength within a cylindrical duct by inverse methods. Journal of Sound and Vibration, 275(1-2), 391-413, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2003.06.032>
- [6] Moorhouse, A. T., & Seiffert, G. Characterisation of an airborne sound source for use in a virtual acoustic prototype. Journal of Sound and Vibration, 296(1-2), 334-352, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.03.017>
- [7] Nelson, P. A., & Yoon, S. H. Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part I, conditioning of the inverse problem. Journal of Sound and Vibration, 233(4), 639-664, 2000. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2837>
- [8] Yoon, S. H., & Nelson, P. A. Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part II, experimental investigation of methods for choosing regularization parameters. Journal of Sound and Vibration, 233(4), 665-701, 2000. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.2836>
- [9] Barkmann, U., Heinke, H.-J. & Lübke, L. Potsdam Propeller Test Case (PPTC). Proceedings of the Second International Symposium on Marine Propulsors smp'11, Workshop: Propeller performance p. 36-38, 2011.