Tuulivoimalan lavan aiheuttama häiriövirtaus ja melu

Matti A Ranta[1], Laila Hosia[2]

[1] Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos
PL 1100, 02015 Espoo
matti.ranta@aalto.fi

[2] Nallenpolku 2 C 38
02110 Espoo
laila.hosia@gmail.com

Tiivistelmä

Tässä esityksessä keskitytään kolmilapaisen tuulivoimalan lavan aiheuttaman häiriövirtauksen laskennalliseen tutkimiseen ja arvioidaan häiriövirtauksesta syntyvä ääni esimerkkitapauksessa. Lähtöoletuksena on lentokoneen siiven ja tuulivoimalan lavan aiheuttaman häiriövirtauksen samankaltaisuus. [4]...[7].

1. Johdanto, aerodynamiikka

Tuulivoimalan esikuva on tuulimylly, joka tunnettiin Persiassa jo 600-luvulla. Ristiretkeilijät toivat tuulimyllyn Eurooppaan1100 luvulla. Sitä käytettiin lähinnä veden nostamiseen ja viljan jauhamiseen. Nykyaikaista tuulivoimalaa käytetään ennen muuta sähkön tuottamiseen. [1], [2] ja [10].
Tuulivoimaloiden yleistyttyä niitä on noussut asutuksen lähelle, jolloin on tullut valituksia tuulivoimalan aiheuttamasta melusta. Melua on ruvettu mittaaman ja pohtimaan sen vähentämisen mahdollisuuksia.

Vastus- ja nostovoima. Tuulivoimalassa on pyörivä roottori, jossa on napa ja siinä yleensä kolme lapaa. Lapojen koko ja profiili vaihtelevat voimalatyypin mukaan, Lapojen pyöriessä tuulessa lapoihin kohdistuu vastusvoima D ja sitä vastaan kohtisuora nostovoima L. [4]

$$D = C_D(\alpha)\tfrac{1}{2}\rho w^2 c \qquad L = C_L(\alpha)\tfrac{1}{2}\rho w^2 c \tag{1}$$

$$C_D = C_D(\alpha) = C_{D0} + \frac{C_{L\alpha}{}^2}{\pi A}\alpha^2 \qquad C_L = C_L(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha \tag{2}$$

Lapojen C-kertoimet riippuvat siipiprofiilista sekä tuulen ja lavan välisestä kohtauskulmasta α [rad] [4], C-kertoimet ovat myös toisistaan riippuvat.

Oletetaan, että lapaprofiili on suorakaide, jonka leveys c on vakio. Lavan sisäsäde pyörimisakselista on R_0 ja lavan ulkosäde R. Lavan sivusuhde on $A = \underbrace{(R-R_0)^2}_{\text{pituus}^2} / \underbrace{c(R-R_0)}_{\text{pinta-ala}}$. Ilman tiheys on ρ ja tuulen nopeus on *w*.

Lapaan vaikuttavien voimien resultantti on

$$F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}\,\tfrac{1}{2}\rho w^2 \quad . \tag{3}$$

Sirkulaatio ja kiertovirtaus. Sirkulaatioksi kutsutaan nopeusvektorin viivaintegraalia suljetun käyrän ympäri $\Gamma = \oint d\bar{s}\cdot\bar{v}$ sen dimensio on $[\Gamma] = \mathrm{m^2s^{-1}}$. Jos nopeus on vakio ja käyrä on *r*-säteinen ympyrä, seuraa siitä $\Gamma = 2\pi r v$. Sirkulaatio kuvaa suljetun käyrän sisään jäävien pyörteiden voimakkuutta.

Kutta-Zukovski-teoreeman avulla voidaan selittää lentokoneen siiven kantokyky [4]…[7]. Sovelletaan teoreemaa tuulivoimalan lapaan. Kiertovirtaus pannaan siirtämään virtauksen irtoamispiste lähelle lavan kärkeä. Tällöin lapaan vaikuttava voima pituusyksikö kohti on $F = \Gamma\rho w/c$. Kun tämä voimat asetetaan likimäärin yhtä suureksi voimien (3) kanssa, saadaan $F = \Gamma\rho w/c = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}\,\tfrac{1}{2}\rho w^2$. Tästä saadaan sirkulaatiolle arvio

$$\tfrac{1}{2}C_L\, c\, w \le \Gamma < \tfrac{1}{2}\sqrt{C_L^2 + C_D^2}\, c\, w \tag{4}$$

2. Jättöpyörre

Tuulessa lavan kärjen tuntumasta irtoaa pyörresäie eli jättöpyörre, joka synnyttää ympäristöönsä säiekeskeisen nopeuskentän $v_i = \Gamma/(2\pi r_i)$.

Valitaan sylinterikoordinaatisto, jossa z-akseli yhtyy pyörimisakseliin tuulen suunnassa.. Roottorin tasossa olevan mielivaltaisen pisteen koordinaatit ovat $P = \{r, \varphi, z = 0\}$ja roottorin lavalla olevan pyörteen irtoamispisteen koordinaatit olkoon $P_j = \{R, \phi_j, z = 0\}$. Kolmilapaisen roottorin lapojen välinen kulma on $\Phi = 120° = 2\pi/3 \approx 2{,}0944\mathrm{rad}$. Valitaan jonkun lavan jättöpyörre perussäikeeksi, jossa $\phi_0 = 0$. Sen viereiset lavat saavat tällöin vaihekulmat $\phi_{-1} = -\Phi$ ja $\phi_{+1} = +\Phi$.

Pisteet origo eli pyörimisnapa *O*, säikeen irtoamispiste P_j ja tarkastelupiste P muodostavat kolmion.

Kulma $P\,\mathrm{O}\,P_j$ on $\varphi - \omega t + \phi_j$. Pisteiden $P_j\,P$ välinen etäisyys on $r_j = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\cos(\varphi - \omega t + \phi_j)}$. Tätä janaa vastaan kohtisuora nopeus on $\Gamma/(2\pi r_j)$. Nopeudet tulee projisoida $P = \{r, \varphi, z = 0\}$ koordinaatistoon. Siihen tarvitaan:: R_j:n ja *r*:n välisen kulma ε_j, jonka sini ja cosini saadaan kolmion siniväittämällä

$$\sin\varepsilon_j = \left(R\Big/\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\cos(\varphi - \omega t + \phi_j)}\right)\sin(\varphi - \omega t + \phi_j) \text{ ja}$$

$$\cos\varepsilon_j = \cos\left\{\arcsin\left[\left(R\Big/\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\cos(\varphi - \omega t + \phi_j)}\right)\sin(\varphi - \omega t + \phi_j)\right]\right\}.$$

3. Nopeuskomponentit

Pyörresäikeiden aiheuttaman nopeuskentän komponentit $\{r, \varphi, z = 0\}$ koordinaatistossa ovat

$$u(r,\varphi,t) = \frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{\sin\varepsilon_i}{r_i} = \frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{R\sin(\varphi-\omega t+\phi_i)}{r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)} \tag{5}$$

$$v(r,\varphi,t) = \frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{\cos\varepsilon_i}{r_i} = \tag{6}$$

$$\frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\cos\left[\arcsin\frac{R\sin(\varphi-\omega t+\phi_i)}{\sqrt{r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)}}\right]\Big/\sqrt{r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)}$$

4. Virtauksen pyörteisyys

Vektorikentän pyörimistä kuvaa operaattori **rotaatio** eli $\nabla\times$(**vektori**). Sylinterikoordinaatistossa nopeusvektori on **nopeus** $=\{u,v,w\}$ ja sen rotaation lauseke kuuluu, kun *u* ja *v* riippuvat vain *r*:stä ja φ:stä sekä *w* on vakio. [7] s.3

$$\mathbf{rot}\{u,v,w\} = \frac{1}{r}\begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & r\mathbf{e}_\varphi & \mathbf{e}_z \\ \partial/\partial r & \partial/\partial\varphi & \partial/\partial z \\ u & rv & w \end{vmatrix} = \mathbf{e}_z\frac{1}{r}\left(\partial(rv)/\partial r - \partial u/\partial\varphi\right) \tag{7}$$

Jäykällä kappaleella kulmanopeusvektori on $\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2}\nabla\times$**nopeus**. Oletetaan, että kaavaa voidaan soveltaa myös fluideille. Rotaation lauseke sievenee skalaariseen muotoon

$$\mathrm{rot}\{u,v,w\} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rv)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial\varphi}\right) \tag{8}$$

Rotaatio kuvaa ilman pyörimistä riittävällä tarkkuudella. Tämä johtaa kiertoajan T kautta tulokseen

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\|\nabla\times\mathbf{nopeus}\|}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\mathrm{rot}\{u,v,w\}}{2\pi} \tag{9}$$

eli värähtelyiden frekvenssiin.

Häiriövirtaukselle kaavassa (8) tarvittavat kaavojen (5) ja (6) derivaatat voidaan laskea helpoiten lähteen [8] eli Mathematican keinoilla

$$\frac{\partial u(r,\varphi,t)}{\partial \varphi} = \frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{R\left(r^2+R^2\right)\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)-2rR^2}{\left[r^2+R^2-2rR\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)\right]^2} \tag{10}$$

$$\frac{\partial\left(rv(r,\varphi,t)\right)}{\partial r} = \frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{R\left[5r^2R+R^3-2r\left(r^2+3R^2\right)\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)+R\left(r^2+R^2\right)\cos 2\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)\right]}{2\sqrt{\frac{\left(r-R\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)\right)^2}{r^2+R^2-2rR\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)}\left[r^2+R^2-2rR\cos\left(\varphi-\omega t+\phi_i\right)\right]^{5/2}}} \tag{11}$$

Tuloksena saadaan häiriövirtauksen frekvenssi.

5. Ilman tiheyden ja paineen vaihtelu, divergenssi

Divergenssi mittaa vektorikentän kenttäviivojen tiheyttä eli konkreettisesti ilman tiheyden vaihtelua. Jatkuvuusyhtälö kuuluu yleisesti

$$-\partial\ln\left(\rho/\rho_0\right)/\partial t = \underbrace{\mathbf{nopeus}\cdot\nabla\ln\left(\rho/\rho_0\right)}_{<|1|}+\nabla\cdot\mathbf{nopeus}$$

Akustiikassa pienenä suureena jätetään usein pois summan ensimmäinen termi [9]. Tällöin tulee

$$\partial\ln\left(\rho/\rho_0\right)/\partial t\ ;\ -\nabla\cdot\mathbf{nopeus} \tag{12}$$

Nopeassa prosessissa painesuhde on tiheyssuhde korotettuna potenssiin adiabaatti-vakio κ. Painesuhteelle seuraa lauseke

$$\partial\ln\left(p/p_0\right)/\partial t\ ;\ -\kappa\nabla\cdot\mathbf{nopeus} \tag{13}$$

Tässä ρ_0 ja p_0 ovat vertailusuureita esim. standardi-ilmakehän tiheys ja paine.

Sylinterikoordinaatistossa nopeusvektorin divergenssin lauseke kuuluu

$$\mathrm{div}\{u,v,w\} \equiv \underbrace{\nabla\cdot\mathbf{nopeus}}_{\mathrm{div}} = \frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{r\partial\varphi}+\underbrace{\frac{\partial w}{\partial z}}_{0} = \frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{r\partial\varphi} \equiv \mathrm{div}(r,\varphi,t) \tag{14}$$

Kun tuuli on oletettu tasaiseksi, on $\partial w/\partial z = 0$

Häiriövirtaukselle kaavassa (13) tarvittavat derivaatat saadaan lähteen [8] avulla

$$\frac{\partial u(r,\varphi,t)}{\partial r} = -\frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{2R\left[r - R\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)\right]\sin(\varphi-\omega t+\phi_i)}{\left[r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)\right]^2} \tag{15}$$

$$\frac{\partial v(r,\varphi,t)}{r\partial\varphi} = -\frac{\Gamma}{2\pi r}\sum_{i=-1}^{+1}\frac{R\left(r^2-R^2\right)\left[r-R\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)\right]\sin(\varphi-\omega t+\phi_i)}{\sqrt{\frac{\left[r-R\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)\right]^2}{r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)}\left[r^2+R^2-2rR\cos(\varphi-\omega t+\phi_i)\right]^{5/2}}} \tag{16}$$

6. Numeerinen sovellutus

Tuulivoimali: Oletetaan kuvitteellinen yksinkertaistettu kolmilapainen tuulivoimala, jonka lapojen arvot ovat

Lapojen rakenne		Aerodynamiikka	
suure	suuruus	suure	suuruus
ulkosäde R	3,5m	C_{L0}	0,01
sisäsäde R_0	0,5m	$C_{L\alpha}$	2π
leveys c	0,25m	C_{D0}	0,002
sivusuhde $A=(R-R_0)^2/\left((R-R_0)c\right)$	12	$C_{L\alpha}^2/(\pi A)$	1,047

Taulukko 1. Tuulivoimalan lavan oletetut arvot

Kaavasta (4) saadaan *sirkulaation* voimakkuus. Valitaan w=10,0m/s. Optimi kohtauskulmalla $\alpha_{opt} = 0,494rad$ saadaan sirkulaatiolle yläarvio

$$\Gamma = \tfrac{1}{2}\underbrace{\sqrt{C_L^2+C_D^2}\,c}_{0,39781\mathrm{m}}\;\underbrace{w}_{10\mathrm{m/s}} = 3,98\ \mathrm{m^2/s}$$

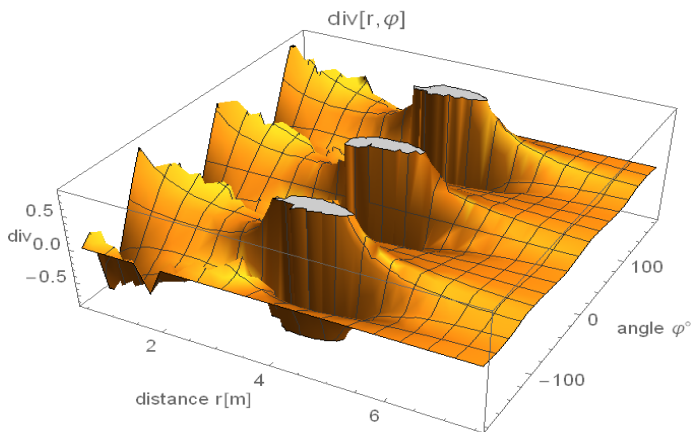
Kaavoista (10) ja (11) saadaan tarvittavat suureet frekvenssin ja kaavoista (15) ja (16) divergenssin laskemiseksi.

Paineen ja tiheyden vaihtelu tuulella w=10m/s, divergenssi.

Painesuhteen vaihtelu tilasta yksi tilaan kaksi akustisessa kentässä saadaan kaavasta (13) integroimalla

$$\ln(p_2/p_1) = -\kappa\int_{t_1}^{t_2} div\{r,\varphi,t\}dt = \kappa\Delta div\{r,\varphi,\Delta T\} \tag{17}$$

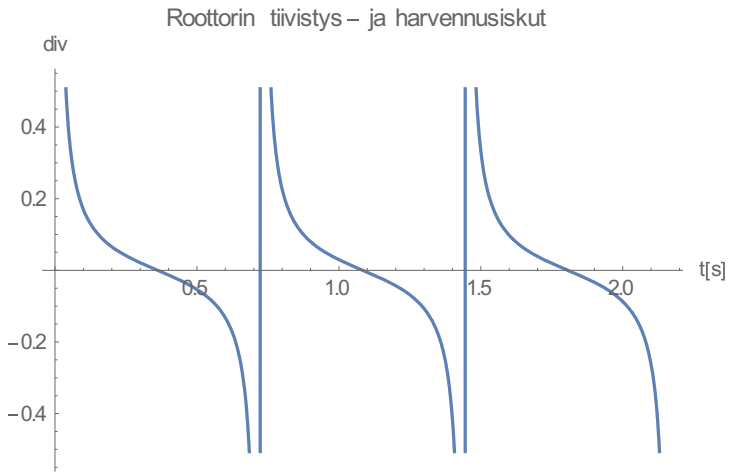
Suureet ρ_0 ja p_0 supistuvat pois ja nopeusvektorin divergenssi määrittää prosessin. Ilmalle $\kappa = 7/5 = 1,4$



Kuva 1. Pyörivien lapojen yhdellä kierroksella aiheuttama divergenssi.

Kolmilapainen roottori määrittää roottoritason. Tässä tasossa etäisyydellä $r = 4{,}0\mathrm{m}$ akselista olkoon *tarkkailupiste.*

Voimalan roottorin pyörähdysaika olkoon $\mathrm{T} = 2{,}2\,\mathrm{s}$. Lapojen ohikulkuajan puolikas on $\Delta\mathrm{T} = \mathrm{T}/6 = 0{,}36\,\mathrm{s}$. Yhdellä ohimenolla $\mathrm{T}/3 = 0{,}73\,\mathrm{s}$ syntyy paineen sekä nousu- että lasku.



Kuva 2. Lapojen kolme adiabaattista tiivistys- ja harvennusiskua kierroksella.

Divergenssin integrointi numeerisesti aikavälin $\mathrm{T}/6 \Rightarrow \mathrm{T}/3$ yli antaa

$$\Delta\mathrm{div}(r,\varphi) = -\int_{\mathrm{T}/6}^{\mathrm{T}/3} \mathrm{div}(r,\varphi,t)dt\ ;\ \ 0{,}22$$

Painesuhteelle saadaan nyt numeroarvo

$$p_2/p_1 = (\rho_2/\rho_1)^{\kappa} = \exp\left[\kappa\Delta\mathrm{div}(r,\varphi)\right];\ \ 1{,}36 \tag{18}$$

Kolmasosa pyörähdyksen aikana paine käy välin maksimi-minimi, jolloin divergenssi muuttuu kaksinkertaisella määrällä.

Tuulivoimalan melu tarkkailupisteessä r=4m

Melun voimakkuutta mitataan desibeleinä painesuhteesta (p_2 / p_1) kaavalla $20\log_{10}(p_2 / p_1)$. Siirrytään käyttämään luonnollista logaritmia, jolloin kaava kuuluu $(20/\ln 10)\ln(p_2/p_1)$. Tarkastellaan yhtä lapaa, jonka painesuhde saadaan kaavasta (18). Tällöin sen synnyttämä melu on

$$(20/\ln 10)\left[2\kappa\Delta\mathrm{div}(r,\varphi)\right] = 5{,}38\ \mathrm{dB} \tag{19}$$

Koska lapoja on kolme ja jos vaiheiden osuminen yhteen on sattumanvaraista, saadaan suurin melun lisäys

$$(20/\ln 10)\ln 3 = 9{,}55\ \mathrm{dB} \tag{20}$$

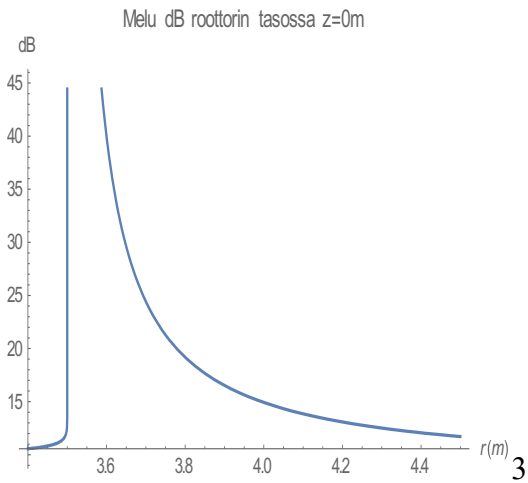
Yhden tämänkokoisen tuulivoimalan tarkkailupisteessä r = 4m synnyttämälle melulle saadaan rajat ja kaava (21)

$$5{,}38\,\mathrm{dB} = (20/\ln 10)\left[2\kappa\Delta\mathrm{div}(r,\varphi)\right] < \mathrm{melu} < (20/\ln 10)\left[\ln 3 + 2\kappa\Delta\mathrm{div}(r,\varphi)\right] = 14{,}93\ \mathrm{dB}$$

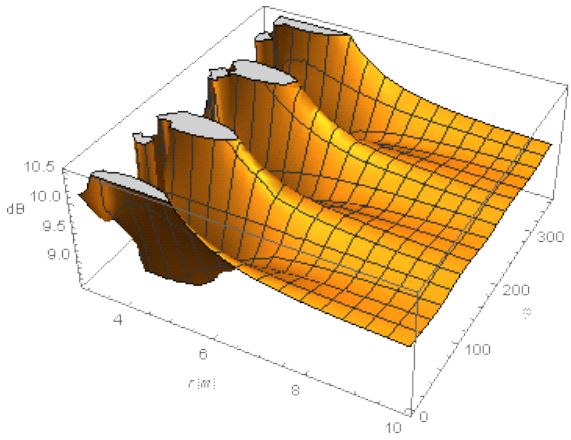
kaava (21)

Syntyvä melu lavan kärjen tuntumassa

Sovelletun matemaattisen mallin mukaan häiriövirtauksella olisi lavan kärjessä singulariteetti, jossa melu olisi äärettömän suuri. Käytännössä näin ei voi olla. Pyörteen keskellä on rauhoittunut alue, jonka suuruudesta ei ole täsmällistä tietoa.



3.



.

Kuva 3. Pyörivien lapojen synnyttämä melu dB:nä ja melun synnyn vaimeneminen, 3,0 m < r < 10 m, laskettu kaavasta (21).

7. Loppusanat

Tuulivoimalan pyöriessä lapojen kärkiin syntyy ns. jättöpyörre, joka indusoi roottorin tason lähelle voimakkaan pyörrekentän. Se puolestaan aiheuttaa paineen vaihtelua eli melua, jonka spektri on laaja. Miten lähelle singulariteettipisteitä voi tarkastelun ulottaa ei ole varmaa. Tuulivoimala aiheuttaa matalataajuisia värähtelyjä. Niiden melutaso on

kuitenkin alhainen. Aivan roottorin lavan ulkoreunalla syntyy voimakkaita pyörteitä ja ilman tiivistys- ja harvennusaaltoja. Tuuli kuljettaa niitä mukanaan. Korvaan sattuessaan nämä voivat tuntua epämiellyttävältä.

Äänen vaimentumista ilmassa ei ole otettu huomioon tarkastelussa. Äänen ja pyörteiden kulkeutuminen tuulen mukana on myös jätetty huomioon ottamatta.

Lavan kaventaminen pienentää sirkulaatiota ja samalla pyörteiden ja melun voimakkuutta. Melua voidaan vähentää tekemällä voimalan ulkokehälle roottorin lapoja yhdistävä rengas ns meluvalli.

Lähteet, kirjallisuutta

[1] Tuulimylly. https://fi.wikipedia.org/wiki/Tuulimylly

[2] Tuulienergian perusteet-Siilo http://siilo.dyndns.org/wiki/index.php/Tuulienergian_perusteet

[3] Tuulivoimalamelun mittaus ja mallinnus, Veli-Matti Yli-Kätkä, diplomityö, Sähkötekniikan korkeakoulu, Espoo 2013, 73 s. http://www.tuulivoimayhdistys.fi/filebank/200-tuulivoimalamelun_mittaus_ja_mallinnus

[4] Lentokoneen aerodynamiikka ja lentomekaniikka. Seppo Laine, Jaakko Hoffren ja Kari Renko. WSOY Oppimateriaalit Oy. 1. painos. Helsinki 2006. 434s.

[5] Advanced Fluid Mechanics, A.J. Raudkivi & R.A. Callander, Edward Arnold. 1974. s. 325

[6] Fluid Mechanics, W. Kaufmann, McGraw-Hill Book Company, Inc. Ney York 1958. 432s.

[7] Roottori(Matematiikka)-Wikipedia https://fi.wikipedia.org/wiki/Roottori_(matematiikka)

[8] Stephen Wolfram, *The Mathematica Book*, Third Edition, Wolfram Media, Cambridge University Press, 1996, s. 1403

[9] A.P. Dowling and J. E. Ffowcs Williams, *Sound and Sources of Sound*, Ellis Horwood Publishers, Chishester, 1982, pp.321

[10] 1 SMG-4500 Tuulivoima Tuulivoiman hyötysuhde http://www.tut.fi/smg/tp/kurssit/SMG-4500/2012/luento6.pdf

[11] Tuulimyllyn tehon laskenta http://www..hsaoy.com/4_APUA/Tuulimylly/Tuulimyllyn_tehon_laskenta.pdf

[12] Seppo Uosukainen, Tuulivoimaloiden melun synty, eteneminen ja häiritsevyys. http://vtt.fi/inf/pdf/tiedotteet/2010/T2529.pdf