

# IMPULSSIVASTEEN ANALYSOINTI AALLOKEMENETELMIN

Juha Urhonen, Aki Mäkivirta

Genelec Oy  
Olvitie 5, 74100 IISALMI  
juha.urhonen@genelec.com

## TIIVISTELMÄ

Kuvaamme impulssivasteen analyysiä käyttäen vakiojaksoista aalloketta. Aalloeanalyysin aika-taajuuskompromissin vaikutuksia esitellään case-esimerkein. Allpass-rakenteen aika-dispersion näkymistä aalloeanalyysin keinoin demonstroidaan. Esimerkkeinä ovat lisäksi minimivaiheinen ja viive-ekvalisoitu kaksitiekaikutin sekä huonevaste. Vakiojaksainen aalloe tarjoaa uuden työväliseen tarkempaan impulssivasteen aikatason rakenteen analyysiin halutuilla taajuuksilla.

## 1 AALLOKEANALYYSI

Fourier-analyysi aikaikkunoinnin kanssa tarjoaa mahdollisuuden tutkia spektrin tai taajuusvasteen hetkellistä rakennetta [1,2,10]. Lyhytkestoinen Fourier-muunnos (engl. short-time Fourier transform, STFT) rajoittaa aikavasteen  $x(t)$  pituutta lyhytkestoisella aikaikkunalla  $w(t)$ , jonka rajoittamaan dataan Fourier-muunnosta sovelletaan.

$$X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t - \tau) e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

Aikaikkunan rakenne vaikuttaa olennaisesti lyhytkestoisen Fourier-muunnoksen kykyyn erotella aikatason tapahtumia ja taajustason yksityiskohtia. Aikaikkunan pituuden lisääminen kasvattaa lyhytkestoisen Fourier-muunnoksen taajuuserottelua, mutta huonontaa samalla aikaerottelua. Edullisin aika-taajuusresoluution yhdistelmä saavutetaan silloin, kun aikaikkuna on Gauss-ikkuna [2]. Tätä ikkunaa käyttävä aika-taajuusmuunnos tunnetaan nimellä Gabor-munnos.

$$X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-\pi(\tau-t)^2} e^{-j\omega t} dt \quad (2)$$

Gabor-muunnoksen [2-4] aika-taajuusmuunnoksen resoluutiokompromissia voidaan säätää taajuuden mukaan, jolloin on mahdollista tuottaa analyysin kannalta haluttu resoluutiokompromissi kullekin analysoitavalle taajuudelle. Tällainen aika-taajuusanalyysi tunnetaan nimellä Morlett-allokemuunnos (engl. Morlet wavelet transform) [5-8]. Sen käyttämä aikaikkuna  $w$  on kompleksiarvoinen ajasta  $t = 0$  poispäin siirryttäessä vaimeneva.

$$w(t - \tau) = e^{-\pi(\tau-t)^2} \quad (3)$$

Morlett-aalloeanalyysin avulla pystytään visualisoimaan aikatasossa tapahtuvia muutoksia tarkasti siten, että taajuusresoluutio kohtuullisesti säilyy.

Perinteinen aika-taajuusanalyysi Fourier-muunnoksen avulla tuottaa aikatasossa huonon resoluution silloin, kun taajuustason resoluution on hyvä [4, 10]. Erityisesti korkeilla taajuuksilla

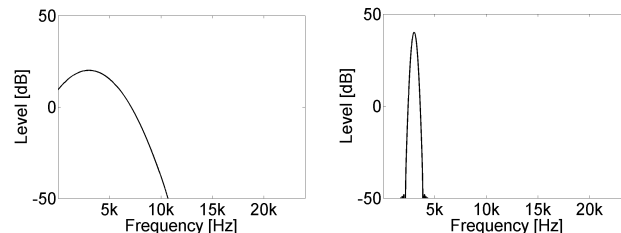
silla kiinteän mittainen ikkunointi huonontaa aikatason resoluutiota, kun ikkunaan mahtuu taajuuden kasvaessa aina suurempi lukumäärä syklejä. Perinteisesti äänilähteen aikatason ominaisuuksia kuvataan ryhmäviiveen ja askelvasteen avulla. Nämä lasketaan impulssivasteesta, jota on tavanomaisesti ikkunoitu kiinteänmittaisella, usein pitkällä ikkunalla.

Aalloketta käyttävä analyysi tarjoaa etuja perinteisen Fourier-analyysin menetelmiin verrattuna. Aallokemenetelmän avulla voidaan saavuttaa hyvä aikatason erottelukyky erityisesti, kun käytetään muuttuvan mittaista aalloketta. Tässä työssä käytetään aalloketta, joka sisältää vakiomäärän jaksoja kullakin taajuudella. Tällaisen *vakiojakoisen aallokkeen* taajuuserottelukyky muuttuu aallokkeen sisältämän taajuuden muuttuessa.

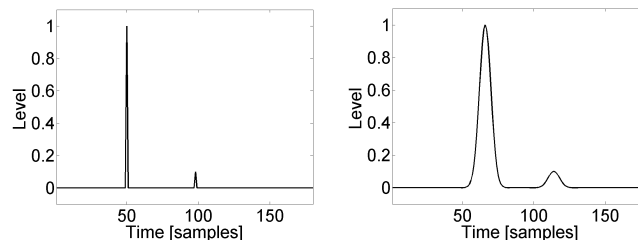
## 2 CASE 1: IMPULSSI JA YKSI AIKAINEN HEIJASTUS

Tekemällä aallokeanalyysi kaiuttimen impulssivasteelle voidaan päätellä tarkasti, millä ajan hetkillä eri taajuudet keskimäärin esiintyvät impulssivasteessa. Tämä vastaa ryhmäviiveen käsitettä. Vaihtuvanmittaista aalloketta käyttävä analyysi tuottaa lisäksi tietoa siitä, tapahtuuko energian leviämistä laajemmalle ajanjaksolle. Esimerkkinä aallokementelmästä on impulssivaste, jossa suoran äänen lisäksi esiintyy yksi aikainen heijastus. Tällä voidaan demonstroida aallokeanalyysin aikaresoluutiota. Aikaista heijastusta kuvaa 1 ms myöhemmin esiintyvä 20 dB vaimentunut impulssi.

Yhdellä taajuudella aallokevaste voidaan laskea (esimerkissä 3 kHz taajuudella) tuottamalla tällä taajuudella kompleksi aalloke, joka konvoloidaan impulssivasteen kanssa (yhtälö 3). Aallokkeen taajuussisältö (kuva 1) kertoo tämän signaalin antamasta taajuusresoluutiosta. Kun aallokkeeseen kuuluu useampia syklejä, aallokkeen taajuussisältö kapenee. Yhden keskitaajuuden aallokeanalyysiä voidaan ajatella myös impulssivasteen suodattamisena suodattimella, jonka keskitaajuus on 3 kHz. Konvoluutiotuloksen verhoikäyrä kertoo, millä ajanhetkellä mittaustaajuus esiintyy aikatason vasteessa (kuva 2).



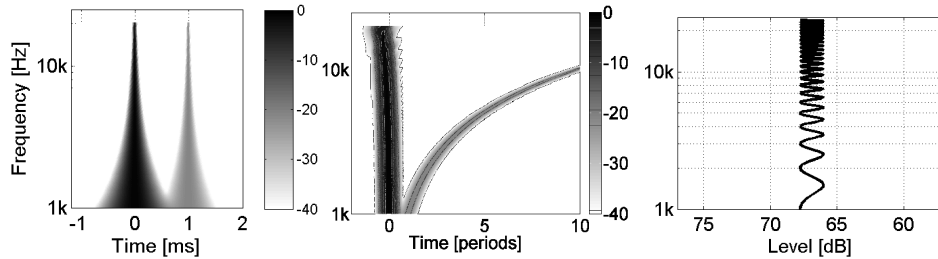
Kuva 1. Aallokkeen taajuussisältö Fourier-muunnoksen avulla tarkasteltuna; yksijaksoinen aalloke (vasemmalla) ja kymmenen jakson mittainen aalloke (oikealla)



Kuva 2. Case 1: syöttösignaali aikatasossa (ylärivi, vasen kuva), aallokeanalyysin tuottama järjestelmän verhoikäyrä 3 kHz keskitaajuudella (ylärivi, oikea)

Kun mittaus toistetaan usealla taajuudella siten, että mittausaalloke sisältää aina saman määrän syklejä, syntyy vaste, jossa mittausresoluutio on vakiomääränä syklejä. Tällainen aallokeanalyysi voi antaa hyvän resoluution aikatasossa erityisesti korkeilla taajuuksilla, mutta samalla taajuustason resoluutio kärsii (kuva 3). Taajuusvasteessa näkyvä heijastuksen

tuottama rippeli ei ole luettavissa allokeanalyysin tuloksessa vaikka heijastuksen aikaviive ja taso (harmaasävyinä) voidaan erottaa.

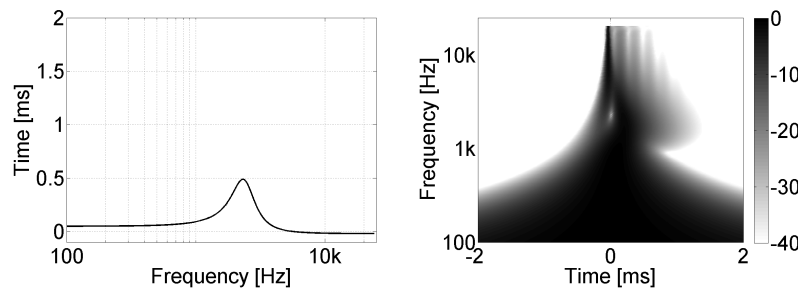


Kuva 3. Case 1: vasteen allokeanalyysi (vasen), allokeanalyysi esitettynä siten, että aika-akseli on korvattu jaksojen määrällä (keski) ja perinteinen magnitudivaste (oikea)

#### 4 CASE 2: ALLPASS-SUODATIN

Signaalinkäsittelyoperaatiot voivat aiheuttaa aikatason dispersiota. Aallokeanalyysi tarjoaa keinon tutkia järjestelmän aikatason ominaisuuksia tarkasti eri taajuuksilla. Esimerkkinä aikatason vaikutuksesta käytetään allpass-suodattimen aiheuttama viivettä. Kaistanpäästävän allpass-suodattimen magnitudivaste on kaikilla taajuuksilla sama, mutta sen tuottama keskimääräinen lisäviive voidaan mitata ryhmäviiveen avulla (kuva 4).

Aallokeanalyysi antaa mahdollisuuden tarkastella tällaisen suodatuksen tuottamaa magnitudivastetta yksityiskohtaisemmin. Ryhmäviivettä muistuttavan keskimääräisen viiveen lisäksi voidaan havaita myös energian jakautuminen laajemmalle viivealueelle ryhmäviivemaksimin (3 kHz) ympäristössä. Näin aallokeanalyysi tarjoaa monipuolisemman mahdollisuuden ymmärtää yksityiskohtaisesti aikatason vasteen tuottamia aika-taajuusvaikutuksia.



Kuva 4. Case 2: Allpass-suodattimen tuottama lisäviive (vasen) ja aallokeanalyysin tulos, josta lisäviive voidaan havaita (oikea).

#### 5 CASE 3: KAIUTTIMEN AIKATASON VASTE

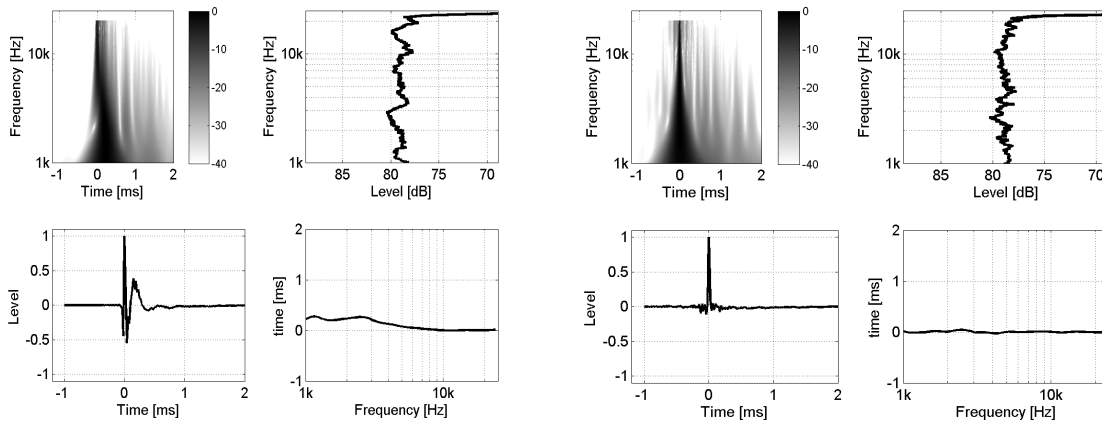
Aallokeanalyysi tarjoaa keinon kaiutinten viivekäyttäytymisen tarkkaan tutkimiseen.

Analoginen aktiivikaiutin käyttää minimivaiheisia suodattimia, jotka tuottavat lisäviivettä erityisesti magnituditransitioiden lähellä. Merkittäviä tällaisia transiitioita ovat kaiuttimen alarajataajuus ja jakotaajuudet. Jakotaajuuden läheisyydessä havaitaan kapeakaistainen lisäviive. Esimerkissämme (kuva 5) kaksitiekaaiuttimen jakosuodatus aiheuttaa lisäviiveen 2.5 kHz taajuudella. Viivevaikutukset ovat nähtävissä myös perinteisessä ryhmäviivemittauksessa kuten aallokemittauksessakin. Lisäksi voidaan nähdä, että kaiuttimen viive alenee taajuuden kasvaessa.

Aallokeanalyysi kuvaa tarkemmin impulssivasteen hienorakennetta. Aallokeanalyysin tulos muistuttaa waterfall-esitystä, mutta aallokeanalyysiä käyttämällä on mahdollisuus analysoida, mihin rakenteisiin myöhäinen energia mahdollisesti liittyy. Näitä rakenteita voivat

olla esimerkiksi diffraktiolähteet, driverien ominaisuudet, sähköskustisten komponenttien resonanssi-ilmiöt ja mekaaniset resonanssi-ilmiöt.

Toisena kaksitiekaiuttimena esitellään mekaniikaltaan edellistä esimerkkiä vastaava kaksitiekaiutin, jossa signaalinkäsittely mahdollistaa myös viive-ekvalisoinnin tuottaen impulssivasteen, joka on symmetrinen keski- ja korkeilla taajuuksilla. Sekä ryhmäviive että aallokeanalyysi kertovat jakotaajuuden yli viiveen pysyvän vakiona. Lisäksi nähdään, että impulssivaste on muuttunut symmetrisemmäksi ja aikataason käyttäytymisessä osa impulssivasteen energiaa esiintyy ennen impulssivasteen maksimia. Aallokeanalyysi tarjoaa mahdollisuuden nähdä huomattavan tarkasti yksityiskohtia kaiuttimen impulssivasteen aika-taajuus rakenteesta verrattuna tavanomaisten magnitudi-, vaihe- ja ryhmäviivevasteen analyysiin.



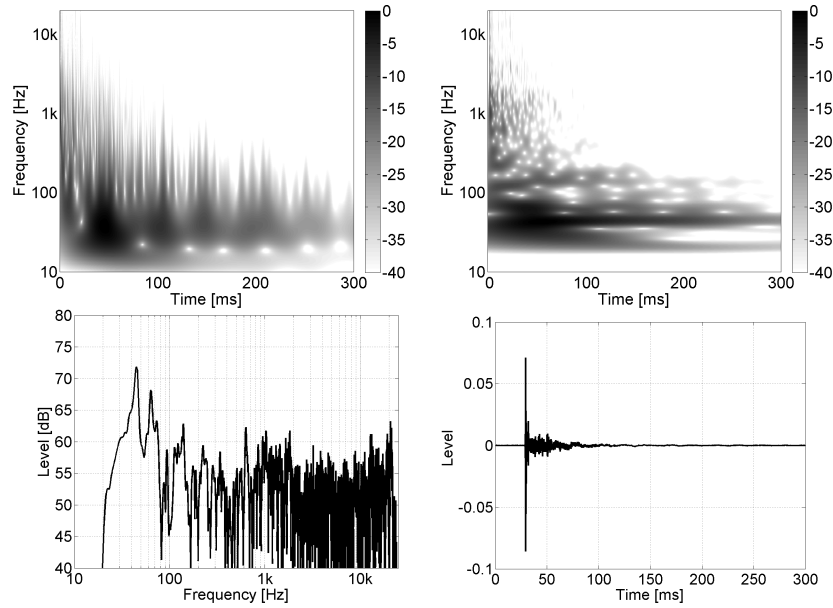
Kuva 5 Case 3: minimivaiheinen kaksitiekaiutin (vasen graafinelikko) ja viive-ekvalisoitu kaksitiekaiutin (oikeanpuoleinen kuvanelikko); nelikossa aallokeanalyysin tulos (vasen ylä), magnitudivaste (oikea ylä), impulssivaste (vasen ala) ja ryhmäviive (oikea ala).

## 6 CASE 4: HUONEVASTE

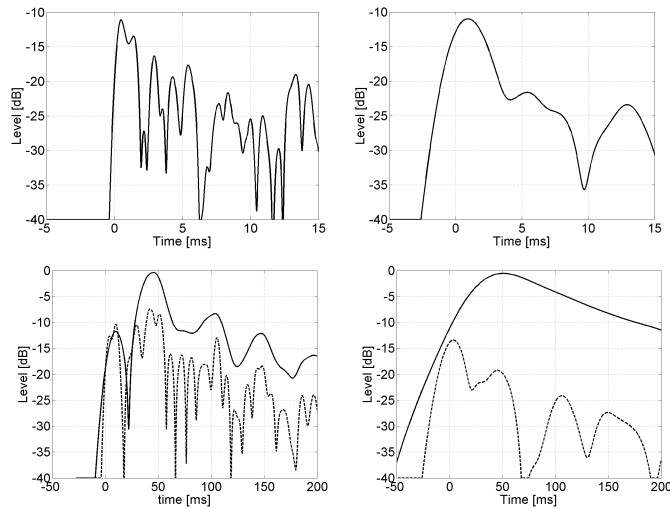
Aallokeanalyysiä käyttäen voidaan tutkia myös huoneakustiikassa esiintyvien aikaisten heijastusten rakennetta, jolloin voidaan analysoida kuhunkin aikaiseen heijastukseen liittyvä taajuudesta riippuva äänitaso ajan funktiona eli aikaisen heijastuksen äänenväri.

Huonevaste-esimerkki tuo esiin aallokkeen pituuden vaikutuksen analyysiin liittyvän aika-taajuuskompromissin kannalta. Paras aikataason resoluutio saavutetaan, kun allokke on lyhyt. Silloin taajuustason resoluution on toisaalta huonoimmillaan. Vakiojaksainen aallokeanalyysi tarjoaa lisäksi mahdollisuuden säilyttää suhteellinen resoluution vakiona taajuudesta riippumatta, mutta ei sinänsä muuta tätä aika-taajuuskompromissia.

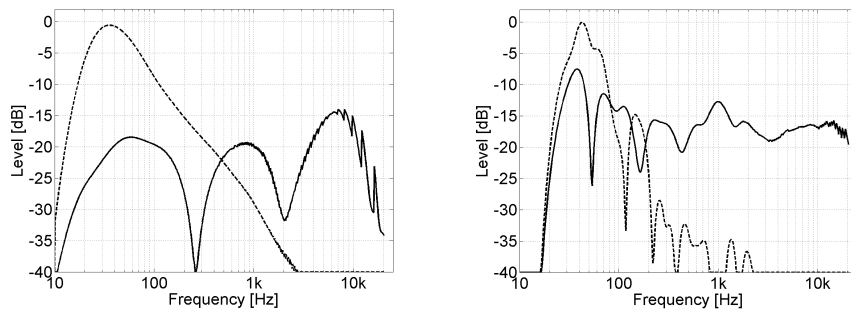
Esimerkissä on mitattu suorakaiteen muotoisen huoneen impulssivaste. Huoneen mitat ovat 7,2 x 5,5 x 2,5 metriä (pituus, leveys, korkeus). Huoneessa esiintyy voimakas huonemoodi noin 47 Hz taajuudella (kuva 6). Tämä moodi on nähtävissä myös aallokeanalyseissä, mutta aikataason hienorakenteesta saadaan varsin paljon enemmän tietoa, kun käytetään lyhyttä yhden jakson mittaista alloketta analyysiin. Kun allokke on lyhyt, ei saada hyvää käsitystä siitä, millä taajuudella resonanssi tai resonansseja tarkkaan ottaen esiintyy. Perinteinen magnitudivaste kertoo nämä taajuudet sen sijaan varsin tarkasti.



Kuva 6 Vase 4 huonevaste: analyysiin käytetyn aallokkeen pituus on yksi sykli (ylärivi vasen) tai viisi sykliä (ylärivi, oikea). Alarivissä on perinteinen tasoittamaton taajuusvaste (vasen) ja impulssivaste (oikea).



Kuva 7 Case 4: aallokeanalyysin tuottama aikatasoanalyysi 1 kHz taajuudella ylärivissä sekä 45 Hz (harmaa) ja 100 Hz (musta) taajuuksilla alarivissä, kun aallokkeen pituus on yksi (vasen) tai viisi jaksoa (oikea).



Kuva 8 Case 4: aallokeanalyysin tuottama taajuusanalyysi 0 ms (musta) ja 50 ms (harmaa) aikaviipaleiden kohdalla, kun aallokkeen pituus on yksi jakso (vasen) ja viisi jaksoa (oikea).

Aalokeanalyysin tuottamaa taajuusanalyysiä voidaan tarkastella eri ajan hetkillä (kuva 7) kertoo tarkasti resonanssi-ilmiöiden aikasuhteista. Case-esimerkkimme matalalla taajuudella huoneen vaste herää huomattavan paljon myöhemmin kuin keskitäajuuksilla. Aalokkeen pituus vaikuttaa olennaisesti aikatason resoluutioon.

Aalokeanalyysin tulosta voidaan tarkastella perinteisen taajuusvasteen tapaan. Aalokeanalyysin vähäinen taajuusselektiivisyys näkyy selvästi, jos tarkastellaan hetkellistä taajuusvastetta (kuva 8).

## YHTEENVETO

Aalokeanalyysi tarjoaa monipuolisen tavan tarkastella tarkemmin aikatason ja taajuustason välistä yhteyttä. Kuten aika-taajuusanalyysissä yleensä, myöskään aalokeanalyysiä käyttämällä aika-taajuusanalyysiin liittyvää kompromissia aika- ja taajuusalueen resoluutioiden välillä ei voi välttää, mutta aikatason resoluutiota voi olla parempi perinteiseen, ikkunoivaan Fourier-muunnostekniikkaan verrattuna. Vakiojakoista alloketta käyttävästä analyysistä voi olla erityisesti apua erilaisten resonanssi- ja diffraktoilmiöiden sekä huoneessa tapahtuvien aikaisten heijastusten taajuusriippuvien aikasuhteiden tutkimisessa. Vakiojakoisen aalokeanalyysi voi auttaa ymmärtämään paremmin millä taajuusalueella diffraktioiden tai aikaisten heijastusten vaikutus ilmenee.

## VIITTEET

- [1] Walker J. Fourier Analysis and Wavelet Analysis. *Notices of the AMS*. 1997; 44 (6): 658 – 670.
- [2] Torrence C. and Compo G. P. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 1998: 61 – 78.
- [3] Taner M. Joint Time/Frequency Analysis, Q Quality Factor and Dispersion Computation using Gabor-Morlet Wavelets or Gabor-Morlet Transform. (1983) 5 pages. Available at <http://www.rocksolidimages.com/pdf/gabor.pdf> (accessed on 25 June 2015).
- [4] Rioul O and Vetterli M. Wavelets and Signal Processing. *IEEE Signal Processing Magazine*. 1991: 14-38.
- [5] Morlet J, Arens G, Fourgeau E, Glard D. Wave propagation and sampling theory. Part I: Complex signal and scattering in multilayered media. *Geophysics* 1982; 47 (2): 203-221. <http://dx.doi.org/10.1190/1.1441328>
- [6] Morlet J, Arens G, Fourgeau E, Giard D. Wave propagation and sampling theory. Part II: Sampling theory and complex waves. *Geophysics* 1982; 47 (2): 222-236. <http://dx.doi.org/10.1190/1.1441329>
- [7] Lee D. and Yamamoto A. Wavelet analysis: Theory and applications. *Hewlett-Packard Journal* 1994: 44 – 52.
- [8] Ashmead J. Morlet Wavelets in Quantum Mechanics. *Quanta*. 2012; 1 (1): 58–70.
- [9] Bujakovic D, Andric M, Antonic M. Analysis of sound signals using wavelet transform. *Proc. 18th Forum TELFOR* 2010: 618 – 621.
- [10] Kumar P and Foufoula-Georgiou E. Wavelet analysis in geophysics: An introduction. In Foufoula-Georgiou E. and Kumar P. *Wavelets in geophysics*. Academic Press, San Diego 1994: 1–43.