

SANDWICH -LEVYRAKENTEEN SEA -MALLINNUKSESTA

Jukka Tanttari, Esa Nousiainen

VTT Tuotteet ja tuotanto
PL 1307 / Tekniikankatu 1, 33101 TAMPERE
jukka.tanttari@vtt.fi

1 JOHDANTO

Sandwich -rakenteella tarkoitetaan tässä kolmikerroksista levyä. Käyttämällä kahta ohutta, jäykkää kuorta ja niiden väliin liimattua paksua ydintä saadaan rakenteesta kevyt ja jäykkä. Tämä on hyvä toiminnallinen ominaisuus, mutta äänenhallinnan kannalta epäedullinen. Sandwich -rakenteiden käyttö koneiden ja kuljetusvälineiden äänikriittisissä osissa kasvaa. Siksi VTT:llä on tutkittu tilastollisen energia-analyysin (SEA) käyttöä kyseisen tyyppisten rakenteiden mallinnuksessa. Aihe on laaja. Tässä esityksessä rajoitutaan yksittäiseen levyyn ääneneristävyys- ja äänensäteilynäkökulmasta.

2 YLEISTÄ SANDWICH-LEVYN VIBROAKUSTIIKASTA

Kuorilaminaattia voidaan dynamiikan kannalta pitää ohuena laattana. Vastaavasti ydinkerrosta voidaan pitää esim. paksuna laattana, jolla yksinään on pieni taivutusjäykkyys (kennoydin) tai ns. solidina (vaahtoydin). Kytkemällä yhteen eri kerrosten dynamiikkaa hallitsevat yhtälöt voidaan johtaa koko rakennetta kuvaavat osittaisdifferentiaaliyhtälöt. Nämä ovat, tehdyistä oletuksista riippuen, 6...12 kertalukua, ks. [1-6]. Aikaharmonisen ratkaisuyritteen kautta saadaan ns. dispersioyhtälö(t). Dispersioyhtälön juurina saadaan joukko aaltolukuja, jotka identifioivat eri suuntiin eteneviä ja etenemättömiä aaltoja.

Kvalitatiivisen käsityksen sandwich -rakenteen ominaisuuksista saa seuraavasti. Oletetaan kokonaisuuden käyttäytyvän paksuna laattana, jossa ei esiinny paksuussuuntaista muodonmuutosta. Rakenteen vibroakustista käyttäytymistä hallitsee asymmetrinen poikittaisaalto (flexural wave). Hallitseva ytimen muodonmuutos on pienillä taajuuksilla taivutustyyppinen ja suurilla taajuuksilla leikkaustyyppinen. Näiden välissä on transitioalue, jossa poikittaisaalto on leikkaus- ja taivutusaaltojen yhdistelmä. Transitio johtuu levyn luontaisesta pyrkimyksestä potentiaalienergiaminimiin. Ohuen laatan taivutusvärähtelyn dispersioyhtälö on

$$k_b = \sqrt{\omega^4 \frac{m'}{D}} \quad (1)$$

jossa m' on massa pintayksikköä kohti ja D on taivutusjäykkyys leveysyksikköä kohti.

Yhtälö (1) voidaan tulkita myös paksun laatan poikittaisvärähtelyn dispersioyhtälöksi käyttämällä näennäistä (taajuusriippuvaa) taivutusjäykkyyttä $D(\omega)$. Taivutusaalto on dispersiivinen; leikkausaalto ei ole, joten sandwich -rakenteen äänensäteily- ja ääneneristävyyskäyttäytymisen poikkeaa selvästi ohutlevyrakenteista. Rakenteella voi olla selvä kriittinen taajuus, laaja kriittinen taajuusalue tai kriittinen taajuus saattaa puuttua kokonaan.

Taajuuden edelleen kasvaessa voi rakenteessa edetä myös paksuussuuntaista muodonmuutosta sisältäviä aaltomuotoja, kuten poikittainen symmetrinen aalto. aaltomuotojen lukumäärä kasvaa taajuuden mukana periaatteessa rajatta. Vaikka SEA:n tilastolliset oletukset toimivat parhaiten suurilla taajuuksilla, ei rakenteiden kuvaaminen SEA -osajärjestelminä välttämättä ole helpointa suurilla taajuuksilla!

3. SEA -MALLINNUS

3.1 SEA-parametreista

SEA:ssa osajärjestelmä tarkoittaa samankaltaisten moodien joukkoa [7]. Moodi on etenevien aaltojen rajallisessa rakenteessa muodostama interferenssikenttä. Osarakenne, kuten levykenttä, mallinnetaan yleensä kolmena osajärjestelmänä (aaltokenttänä), jotka ovat pitkittäis- (extensional) ja leikkausmoodit (shear) sekä poikittaismoodit (flexural). SEA -kuvauksen validiteettia arvioitaessa on tärkeä tuntee etenevien aaltojen lukumäärä. Jokainen aaltomuoto tulisi kuvata uutena osajärjestelmä sen cut-on -taajuudesta lähtien.

Osajärjestelmän i (esim. poikittaismoodien joukko) joka kytkeytyy osajärjestelmään j ja vapaaseen akustiseen kenttään, tehotasapainoyhtälö on

$$\omega \left[\eta_{i,diss} E_i + \eta_{i,rad} E_i + \eta_{ij} N_i \left(\frac{E_i}{N_i} - \frac{E_j}{N_j} \right) \right] = P_{i,in} \quad (2)$$

missä E_i on osajärjestelmän kokonaisvärähtelyenergia, P_i on ulkoinen heräteteho, $\eta_{i,diss}$ on sisäinen häviökerroin, $\eta_{i,rad}$ on säteilyhäviökerroin, η_{ij} on kytkentähäviökerroin osajärjestelmästä i osajärjestelmään j ja N_i on moodien lukumäärä.

Yhtälössä (2) esiintyvät tärkeimmät SEA -parametrit. Lisäksi tulevat luonnollisesti massa, geometria jne. Hakasulkulausekkeen sisällä oleva viimeinen termi on SEA -menetelmän ydin; kytkettyjen osajärjestelmien välinen nettotehovirta on verrannollinen niiden keskimääräisten moodienergioiden erotukseen.

SEA:ssa ei ratkaista osittaisdifferentiaaliyhtälöä eikä värähtelykenttien vaihe ei ole tarkastellussa mukana, joten käsite reunaehto ei perinteisessä mielessä ole relevantti. Osarakenne on yleensä kiinni jossakin toisessa rakenteessa, joten klassisia reunaehtoja ei käytännössä edes esiinny. Olennainen tieto osajärjestelmän "tuennasta" on taajuudesta riippuva tehonläpäisysuhde osajärjestelmien välisessä kytkennässä. Luonnollisesti SEA -parametrien määrittäminen palautuu rakenteen dynamiikkaa hallitsevien yhtälöiden ominaisuuksiin.

Ominaismuotojen lukumäärä

Ominaismuotojen lukumäärän määrittämisessä käytetään apuna aaltolukuhilaa ks. esim. [7,8]. Kaksiulotteisessa, laattaa kuvaavassa hilassa ominaismuotojen lukumäärä kaistalla $[\omega_1, \omega_2]$ on

$$N(\Delta\omega) \approx \frac{[k^2(\omega_2) - k^2(\omega_1)]S}{4\pi} + \Gamma \quad (3)$$

missä S on laatan ala Γ on laatan muodosta ja reunaehdoista riippuva tekijä. Koska reunaehdot ovat tilastolliset, voidaan yleensä olettaa että $\Gamma \approx 0$ [7]. Ominaismuotojen lukumäärä palautuu siis aaltolukukäyttäytymiseen.

Säteilyhäviökerroin

Säteilyhäviökerroin on suoraan verrannollinen yleisemmin käytettyyn suhdeluukuun, säteilysuhteeseen σ_{Rad} . Säteilysuhde on äärettömän männän säteilyyn normalisoitu säteilyresistanssi. Se on tarkasti määritettävissä ratkaisemalla äänikenttä rakenteen pinnalla käyttäen esim. reunaelementtimenetelmää. SEA:ssa tämä tapa ei yleensä tule kyseeseen, koska värähtelykenttää ei oleteta tunnettavan tarkasti. Sen sijaan SEA:ssa voidaan olettaa värähtelykentän olevan vapaiden aaltojen muodostama. Aallot muodostavat $\sin(k_{bx}x)\sin(k_{by}y)$ muotoisen värähtelyjakauman aaltoluvun ollessa taajuuskaistalle ominainen (yhtälö 1). Tämän jälkeen säteilysuhde voidaan johtaa esim. muuntamalla oletettu jakauma aaltolukualueeseen ja erottamalla siitä säteilevät aaltolukukomponentit so. $k_b < k_0$. Katso [9 -11].

Häviökerroin, kytkenähäviökerroin

Häviökerroin on rakenteen osien muodonmuutosenergioilla painotettujen häviökerrointen keskiarvo. Sandwich -rakenteessa on ominaisuuksiltaan hyvin erilaisia kerroksia, jolloin laskennallisen mallin tulee sallia kompleksiset kimmosuureet ja korkea-asteisen muodonmuutosrakenteen poikkileikkauksessa. Kerrosrakenteiden häviökertoimen laskentaa soveltuvia eritasoisia teorioita on mm. viitteissä [12,13]. Kytkenähäviökerroin on häviökertoimelle analoginen. Se mittaa energian poistumista suhteessa kokonaisenergiaan ja palautuu energian etenemisnopeuteen ja kytkennän läpäisy-suhteeseen. Laskenta on palautettavissa aaltoteorian mukaisiin käsitteisiin, ks. esim. [14,15]. Huomion arvoista häviöiden kannalta on se, että liitoksissa myös saman osarakenteen värähtelykentät kytkeytyvät toisiinsa. Tämä voi aiheuttaa mittauksen tulkintavaikeuksia.

3.2 AutoSEA2 ja sandwich -rakenne

AutoSEA2 -ohjelmistossa [16] on kolme kerrosrakenteiden mallinnuksen mahdollistavaa poikkileikkauksmallia: Sandwich, Composite ja General Laminate. "Sandwich" on tarkoitettu symmetrisen kolmikerrosrakenteen mallinnukseen; kuorilaminaatit ovat isotrooppiset; ydin voi olla myös ortotrooppinen. Sandwich on paksun laatan malli, jossa käytettävä näennäinen taivutusjäykkyys lasketaan kahden rajataajuuden perusteella [16]. Mallia ei liene julkaistu missään, mutta kokemusten mukaan se on melko toimiva. "Composite" -mallissa on mielivaltaisen määrä materiaalikerroksia mielivaltaisella orientaatiolla. Malli perustuu klassiseen laminaattiteoriaan [17] ja on dynaamisesti ohuen laatan malli. Malli soveltuu umpilaminaattien mallinnukseen mutta heikosti sandwich -rakenteille. "General Laminate" -mallissa on mielivaltaisen määrä isotrooppisia materiaalikerroksia. Kerrokset voivat olla myös lineaarisesti viskoelastisia, jolloin kimmovakiot määritellään kompleksisina, taajuusriippuvina liukumoduuleina. Etu muihin rakennemalleihin on se, että häviöluku lasketaan kullekin aaltotyypille rakenteen muodonmuutosenergian perusteella. Malli myös tunnistaa korkeamman kertaluvun aaltomuotojen esiintymisen. Algoritmi perustuu poikkileikkauksen 1-dimensioiseen elementtimalliin [13]. Materiaalikerrosta kohti käytetään kolme lineaarista elementtiä. Solmuilla on kolme vapausastetta. Kolmikerroksisen poikkileikkauksen mallissa on kymmenen solmua, jolloin poikkileikkauksessa voidaan tunnistaa enimmillään 30 etenevää aaltoa.

4 ESIMERKKI

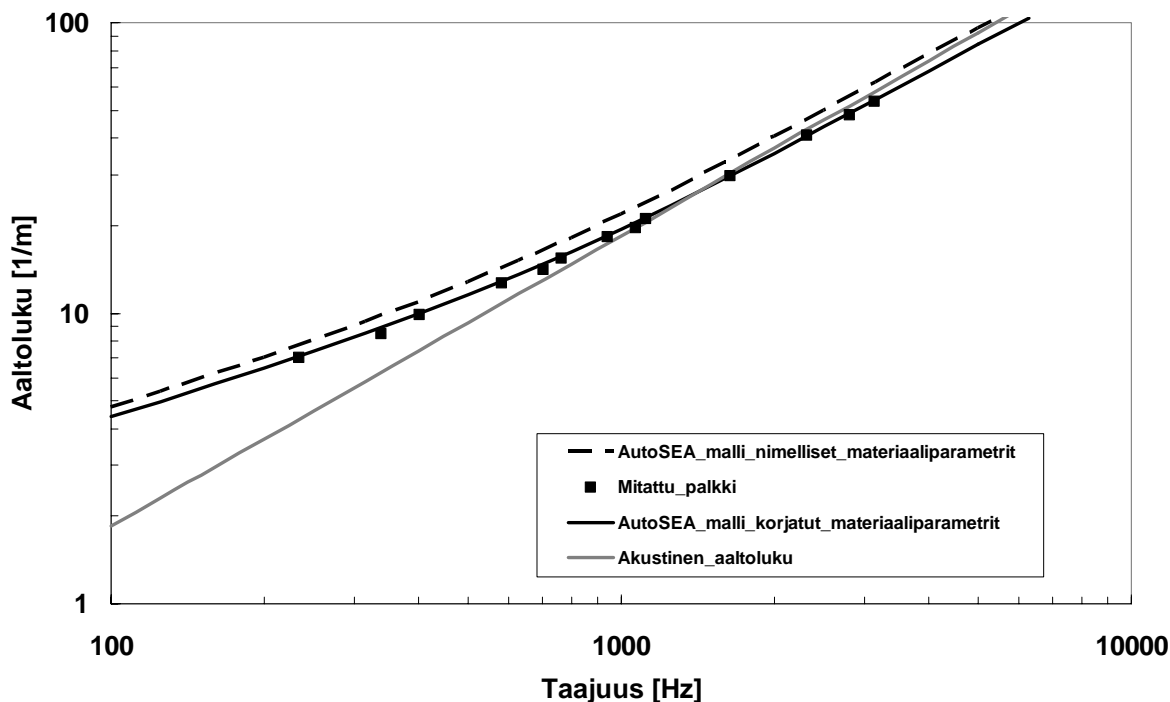
Tarkastellaan symmetristä, isotrooppista 23 mm paksua sandwich -rakennetta. Taulukkoon 1 on merkitty sekä rakenteen nimelliset että palkkikokeiden [18] perusteella iteroidut materiaali- ja parametrit. AutoSEA2-malli tehtiin 1120 mm x 1120 mm kokoiselle laatalle käyttäen General Laminate -poikkileikkausta.

Taulukko 1. Esimerkkirakenteen materiaali- ja parametrit. Merkintä "lam" tarkoittaa pintalevyä.

	E_{lam} [N/m ²]	ν_{lam}	ρ_{lam} [kg/m ³]	d_{lam} [m]	E_{ydin} [N/m ²]	ν_{ydin}	ρ_{ydin} [kg/m ³]	d_{ydin} [m]
Nimelliset	1,7E10	0,3	1740	0,0015	6,3E7	0,05	80	0,02
Iteroidut	2,2E10	0,3	1740	0,0015	8,3E7	0,05	80	0,02

4.1 Aaltoluku, rakenteellinen vastaavuus ja säteilysuhde

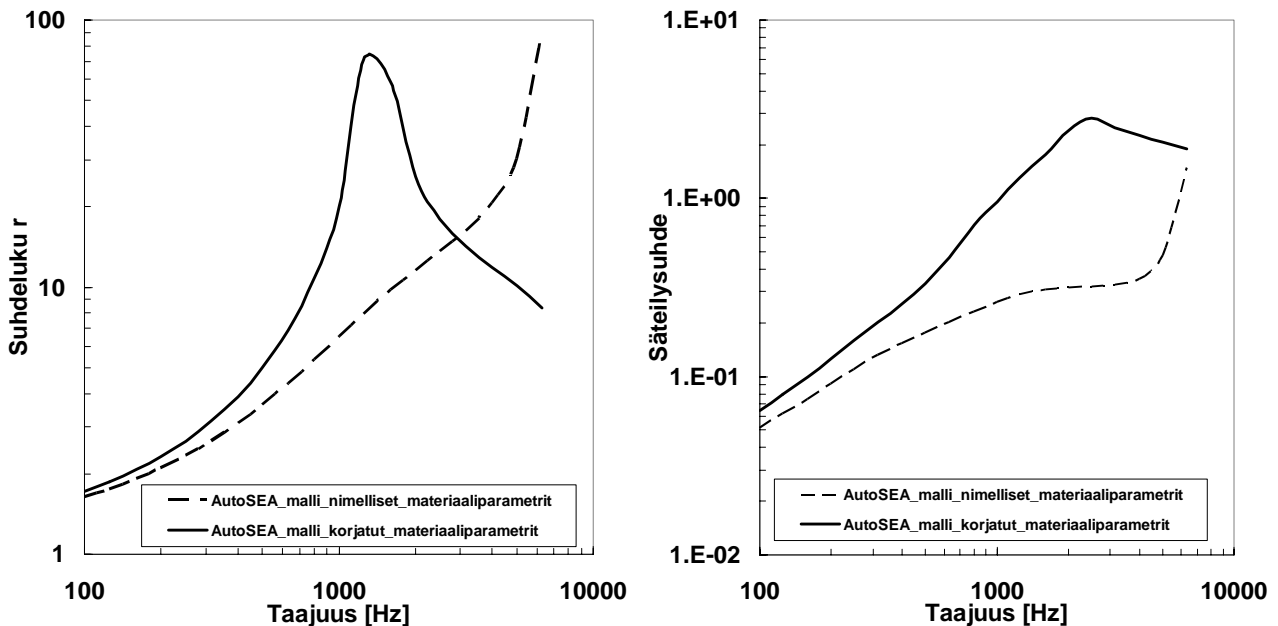
Kuvassa 1 on esitetty mitatut ja lasketut poikittaisaallon aaltokuvut sekä ilmaäänen aaltoluku.



Kuva 1. Mitatut aaltoluvut, nimellisillä ja iteroiduilla materiaali- ja parametreilla lasketut aaltoluvut sekä ilmaäänen aaltoluku.

Materiaali- ja parametrien iteroinnin jälkeen AutoSEAn mallilla voitiin toistaa poikittaisaaltolukukäyttäytyminen varsin tarkasti. Aaltoluku muuttuu parametrien muuttamisen vuoksi melko vähän; yhtälön (1) mukaan $k_b \sim E^{1/4}$. Jos eroa tarkastellaan suhteutettuna ilmaäänen aaltolukuun, on se merkittävä. Poikittaisaallon ja akustisen aallon rakenteellista vastaavuutta kuvaava suhdetta voidaan mitata esim. luvulla $r = 1 / |1 - k_0/k_b|$. Tästä saadaan kuvan 2a mukaiset käyrät, jotka indikoivat kriittisen taajuuden läheisyyttä. Lasketut resonoinvan värähtelyn säteilysuhteet ovat myös hyvin erityyppiset, kuva 2b. Säteilysuhteiden laskennassa käytettiin viit-

teen [10] teoriaa. Johtopäätöksenä tästä on, että aaltolukukäyttäytyminen tulee saada hyvin tarkasti kohdalleen kun ollaan lähellä ilmaäänen aaltolukua.



Kuva 2a ja 2b. Rakenteellinen vastaavuus r ja säteilyosuus nimellisillä ja iteroiduilla materiaaliparametreilla.

4.2 Huomioita häviöistä ja ääneneristävyydestä

Sandwich -rakenteen ilmaäänen läpäisy on usein resonoivan mekanismin kontrolloimaa, so. ääneneristävyys voi olla huomattavasti pienempi kuin levyn massasta voisi päätellä. Esimerkikilasta eristää jopa 15 dB huonommin kuin se massalain nojalla voisi eristää [18]. Tästä seuraa se, että laatan häviökerroin vaikuttaa eristävyyteen. Vaikutus voi olla varsin mutkikas. Jos sisäinen häviökerroin on pieni säteilyhäviökertoimeen verrattuna, kuten saattaa helposti olla, eristävyys ei ehkä parane vaimennuksen kasvaessa aluksi lainkaan. Tämä johtuu siitä, että kokonaishäviöt eivät kasva. Jos sisäinen häviökerroin on suurempi kuin säteilyhäviökerroin ja läpäisy on yhä resonoivaa, kasvaa eristävyys häviöiden kasvaessa. Massalaki saavutettaessa ei eristävyys luonnollisesti enää kasva.

Palkkimaisesta materiaalinäytteestä voidaan määrittää likiarvot eri aaltomuotojen häviöille. Kiinnitettynä mittauskaulukseen ovat levyn häviöt suuremmat, jopa moninkertaiset. Tällä näyttää olevan selvä (jopa 5 dB) vaikutus ääneneristävyyteen. Ilmiö vaikeuttaa sekä ääneneristävyyden laskentamallien testausta että in-situ -ääneneristävyyden ennakoitua.

5 LOPUKSI

SEA-ohjelmissa on toimivia työkaluja sandwich -rakenteiden mallinnukseen. Malleilla saatujen tulosten saaminen sopuun havaintojen kanssa vaatii kovasti työtä. Ilmiöt voivat olla hyvin herkkiä pienille parametrimuutoksille. Kokeellista materiaali-parametrien määrittäminen on siis kehitettävä mallinnuksen rinnalla. Usein myös puhutaan mallien verifiointista mittauksin. Verifiointi tarkoittaa oikeaksi osoittamista. Teoreettista rakennelmaa (kuten vibroakustista mallia) ei voida osoittaa oikeaksi [19]. Malli voidaan ainoastaan osoittaa vääräksi eli falsifioida. Parempi olisikin puhua vertaamisesta kokeisiin. Malli on parhaimmillaan sopuun havaintojen kanssa - tämäkin voimassa vain toistaiseksi.

6 KIITOKSET

Sandwich -rakenteiden vibroakustiikkaan on perehdytty VTT:n rahoittamissa SanKo- ja MaKeMit-hankkeissa ja asiakastoimeksiannoissa. Työtä jatketaan edelleen VTT:n ja EU:n rahoittamassa InMAR-hankkeessa.

LÄHTEET

1. SOEDEL, W. *Vibrations of shells and plates*. Second edition, Marcel Dekker 1993. 470 s.
2. NILSSON A.C. Wave propagation in and sound transmission through sandwich plates. *J Sound Vib* 138(1990)1, 73-94.
3. TAVALLAEY, S.S. *Wave propagation in sandwich structures*. TRITA-FKT 2001:01. Department of Vehicle Engineering, the Marcus Wallenberg Laboratory for Sound and Vibration Research. Stockholm 2001. 136 s.
4. HERON, K.H. Curved laminates and sandwich panels within predictive SEA. *Proceedings of the Second AutoSEA Users Conference*. April 17, 2002. Troy, Michigan, USA.
5. NILSSON, E. & NILSSON, A. Prediction and measurement of some dynamic properties of sandwich structures with honeycomb and foam cores. *J Sound Vib* 251(2002)3, 409-430.
6. BACKSTRÖM, D. & NILSSON, A. Modelling the dynamics of asymmetric sandwich beams with possibly orthotropic cores. *Tenth international Congress on Sound and Vibration 7-10 July 2003*. Stockholm, Sweden. 2287-2300.
7. LYON, R.H. & DeJONG, R.G. *Theory and application of Statistical Energy Analysis*. Second edition, Butterworth-Heinemann 1995. 277 s.
8. HART, F.D. & SHAH, K.C. *Compendium of modal densities for structures*. NASA CR-1773, July 1971. 107 p.
9. MAIDANIK, G. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *J Acoust Soc Am* 34(1962)6, 809-826.
10. LEPPINGTON, F.G., BROADBENT, F.R.S. & HERON, K.H. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *Proc. R. Soc. Lond. A* 382 (1982), 245-271.
11. FAHY, F.J. *Sound and structural vibration*. Academic Press 1985. 309 s.
12. ROSS, D., UNGAR, E.E. & KERWIN, E.M. *Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae*. In: *Structural damping*. J.E.Ruzicka (ed). Pergamon Press 1960, 49-87.
13. SHORTER, P.J. Wave propagation and damping in linear viscoelastic laminates. *J Acoust Soc Am* 115(2004)5, 1917-1925.
14. LANGLEY, R.S. & HERON, K.H. Elastic wave transmission through plate/beam junctions. *J. Sound Vib.* 143(1990)2, 241-253.
15. LANGLEY, R.S. Elastic wave transmission coefficients and coupling loss factors for structural junctions between curved panels. *J Sound Vib* 169(1994)3, 297-317.
16. *AutoSEA2, version 2005*.
17. JONES, R.J. *Mechanics of composite materials*. Second edition. Taylor & Francis 1999. 519 s.
18. NOUSIAINEN, E. & TANTTARI, J. Kriittisen taajuuden ja dilataatioresonanssin vaikutus sandwich-levyn ääneneristävyyteen. *Akustiikkapäivät 2005*.
19. POPPER, K. *The logic of scientific discovery*. Routledge 2004. 513 s.