JMC-MENETELMÄÄN PERUSTUVA AKTIIVISEN SIROTTAJAN PERIAATE

Seppo Uosukainen

VTT Rakennus- ja yhdyskuntatekniikka
PL 1804, 02044 VTT
Seppo.Uosukainen@vtt.fi

1 JOHDANTO

JMC-menetelmä soveltuu aktiivisen äänenhallinnan periaatteen formuloimiseen yleisen systeemiteorian avulla, joskin menetelmää voidaan käyttää yleisemminkin akustisen tai minkä tahansa kentän muokkaukseen [1, 2, 3], synnyttämiseen [3] ja aaltojen etenemisen laskennalliseen hallintaan [4, 5]. Sen nimi juontuu menetelmän kolmesta pioneerista: **J**essel, **M**angiante ja **C**anévet [2]. Uosukainen on esittänyt modifioidun JMC-menetelmän [6], joka eroaa alkuperäisestä siten, että edellisessä primäärilähteitä ei muunnella missään tilanteessa.

Tämän esitelmän tarkoituksena on esittää yleisellä tasolla ja erityisesti akustisiin kenttiin soveltuen JMC-menetelmän formuloinnin periaate, jolla voidaan toteuttaa aktiivisina sirottajina toimivat sekundäärilähteet hypoteettisella sirottajapinnalla. Esimerkkinä esitetään aktiivisesti heijastava taso. Tarkastelussa on käytetty modifioitua JMC-menetelmää, jotta logiikka ei johtaisi primäärilähteiden muutostarpeisiin. Tarkastelu on esitetty yksityiskohtaisemmin viitteessä [7].

2 MODIFIOITU JMC-MENETELMÄ

Lähtötilanteena on (minkä tahansa tyyppinen) deterministinen kenttä, jossa lineaarinen operaattori **L** (tyypillisesti differentiaalioperaattori) yhdistää lähteet $\boldsymbol{S}$ ja kentän $\boldsymbol{F}$ yhteydellä

$$\mathbf{L}\boldsymbol{F} = \boldsymbol{S} \ . \tag{1}$$

Kentän $\boldsymbol{F}$ sijaan halutaan kenttä $\boldsymbol{F}'$, mikä saadaan alkuperäiskentästä operaattorin **M** avulla

$$\mathbf{M}\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}' \ . \tag{2}$$

Alkuperäisessä JMC-menetelmässä operaattori **M** painottaa myös alkuperäislähteitä lähteiksi $\boldsymbol{S}'$. Modifioidussa JMC-menetelmässä alkuperäislähteet pysyvät aina muuttumattomina. Sekä alkuperäisessä että modifioidussa JMC-menetelmässä tarvitaan lisälähteitä $\boldsymbol{S}''$, jotta kenttäyhtälö (1) olisi voimassa modifioidulle kentälle. Kenttäyhtälö halutulle kentälle $\boldsymbol{F}'$, kun alkuperäislähteet ovat muuttumattomia, on

$$\mathbf{L}\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S}'' \ . \tag{3}$$

Edellinen lauseke yhtälöiden (1) ja (2) kanssa johtavat seuraavaan sekundäärilähteiden lausekkeeseen modifioidussa JMC-menetelmässä

$$\boldsymbol{S}'' = \mathbf{L}\boldsymbol{F}' - \boldsymbol{S} = \mathbf{L}\mathbf{M}\boldsymbol{F} - \mathbf{L}\boldsymbol{F} = \mathbf{M}'\boldsymbol{F} \ , \tag{4}$$

missä

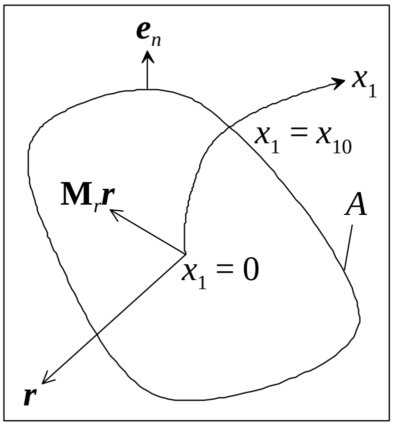
$$\mathbf{M}' = \mathbf{L}(\mathbf{M} - \mathbf{I}) \ , \tag{5}$$

missä **I** on identtinen operaattori.

3 AKTIIVISEN SIROTTAJAN JMC-FORMULOINTI

3.1 Yleinen formulaatio

Kuvassa 1 on määritelty hypoteettinen sirottava kappale ja sen reunapinta A



Kuva 1. Hypoteettinen sirottava kappale.

Oletetaan modifioidun kentän $\boldsymbol{F}'$ olevan summa alkuperäiskentästä $\boldsymbol{F}$ ja lisäkentästä $\boldsymbol{F}_s$ (sirontakenttä)

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_s \\ &\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{r}) = \mathbf{M}_s \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) \ , \end{aligned} \tag{6}$$

missä $\boldsymbol{r}$ on paikkakoordinaattovektori sekä $\mathbf{M}_s$ ja $\mathbf{M}_r$ ovat operaattoreita. Oletetaan, että operaattori $\mathbf{M}_r$ kuvaa vektorin $\boldsymbol{r}$ pinnan A toiselle puolelle, so.

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}_r\boldsymbol{r} \text{ on } A\text{: n sisäpuolella, jos } \boldsymbol{r} \text{ on } A\text{: n ulkopuolella} \\ &\mathbf{M}_r\boldsymbol{r} \text{ on } A\text{: n ulkopuolella, jos } \boldsymbol{r} \text{ on } A\text{: n sisäpuolella} \\ &\mathbf{M}_r\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} \ , \text{ jos } \boldsymbol{r} \text{ on } A\text{: n pinnalla ,} \end{aligned} \tag{7}$$

kts. kuva 1. Oletetaan lisäksi, että lisäkenttä $\boldsymbol{F}_s$ häviää pinnan A sisäpuolella ja toteuttaa homogeenisen kenttäyhtälön pinnan A ulkopuolella

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{F}_s = 0 \ \ A\text{: n sisäpuolella} \\ &\mathbf{L}\boldsymbol{F}_s = 0 \ \ A\text{: n ulkopuolella .} \end{aligned} \tag{8}$$

Jälkimmäinen kaava yhdessä yhtälöiden (1) ja (3) kanssa johtaa siihen, että sekundäärilähteiden ainoa mahdollinen sijaintipaikka on pinnalla A.

Se, että modifioitu kenttä yleisesti toteuttaa yhtälön (2), johtaa yhteyteen

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + \mathbf{M}'_s \ , \tag{9}$$

missä operaattori $\mathbf{M}_s'$ toimii siten, että

$$\mathbf{M}'_s \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \mathbf{M}_s \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) \ . \tag{10}$$

Modifioidun JMC-menetelmän mukaiset sekundäärilähteet ovat nyt yhtälön (4) mukaisia, missä yhtälöiden (5) ja (9) perusteella

$$\mathbf{M}' = \mathbf{L}(\mathbf{M} - \mathbf{I}) = \mathbf{L}\mathbf{M}'_s \ , \tag{11}$$

joten

$$\boldsymbol{S}''(\boldsymbol{r}) = \mathbf{L}\mathbf{M}'_s \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \mathbf{L}\mathbf{M}_s \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) \ . \tag{12}$$

Yhtälöiden (6) ja (8) mukaan operaattorin $\mathbf{M}_s$ on oltava muotoa

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{M}_{s0} \varepsilon(x_1 - x_{10}) \ , \tag{13}$$

missä $\mathbf{M}_{s0}$ on jatkuva funktio paikkakoordinaateista, $\varepsilon(x_1 - x_{10})$ on askelfunktio ja missä on oletettu, että rajapinta A muodostuu vakio x_1 -pinnasta $x_1 = x_{10}$, kts. kuva 1. Sekundäärilähteet pinnalla A juontuvat operaattorin $\mathbf{M}_s$ epäjatkuvuudesta kohdassa $x_1 = x_{10}$. Hyödyntämällä yhtälöitä (6) ja (8) yhtälö (8) voidaan esittää pinnan A ulkopuolella muodossa

$$\mathbf{L}\boldsymbol{F}_s(\boldsymbol{r}) = \mathbf{L}\mathbf{M}_s \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) = \mathbf{L}\mathbf{M}_{s0} \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) = 0 \quad A\text{:n ulkopuolella} \ . \tag{14}$$

Operaattorin $\mathbf{M}_{s0}$ epäjatkuvuuden takia tämän tulee toteutua myös pinnalla A. Koska kenttä $\boldsymbol{F}_s$ häviää pinnan A sisäpuolella yhtälön (8) mukaan, edellinen yhtälö on voimassa kaikkialla, so.

$$\mathbf{L}\mathbf{M}_{s0} \boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) = 0 \ . \tag{15}$$

Nyt sekundäärilähteet ovat yhtälöiden (12), (13) ja (15) mukaan

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S}''(\boldsymbol{r}) &= \mathbf{L}\big(\mathbf{M}_{s0}\varepsilon(x_1 - x_{10})\boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r})\big) = \mathbf{L}\big(\mathbf{M}_{s0}\boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r})\big)\varepsilon(x_1 - x_{10}) + \mathbf{L}\big(\varepsilon(x_1 - x_{10})\big)\mathbf{M}_{s0}\boldsymbol{F}(\mathbf{M}_r \boldsymbol{r}) \\ &= \mathbf{L}\big(\varepsilon(x_1 - x_{10})\big)\mathbf{M}_{s0}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \quad A\text{:lla} \ . \end{aligned} \tag{16}$$

Esitetty lopullinen yleinen ratkaisu riippuu alkuperäisestä kentästä pinnalla A, operaattorista $\mathbf{M}_{s0}$ ja kenttäoperaattorista, joka kohdistuu askelfunktioon pinnalla A.

3.2 Soveltaminen akustisiin kenttiin

Akustisissa kentissä virtauksettomissa ja homogeenisissa ideaalifluideissa kenttä $\boldsymbol{F}$, lähteet $\boldsymbol{S}$ ja niitä yhdistävä operaattori $\mathbf{L}$ ovat

$$
\mathbf{L} = \begin{bmatrix} Q_0 \dfrac{\partial}{\partial t} & \nabla \cdot \\ \nabla & \rho_0 \dfrac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix}
$$
$$
\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} p \\ \boldsymbol{u} \end{bmatrix} \tag{17}
$$
$$
\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} q \\ \boldsymbol{f} \end{bmatrix},
$$

missä t on aika, Q_0 ja ρ_0 ovat perturboimattoman fluidin puristuvuus ja tiheys, p ja $\boldsymbol{u}$ ovat akustisen kentän äänenpaine ja hiukkasnopeus sekä q ja $\boldsymbol{f}$ ovat monopoli- ja dipolilähdejakaumat tilavuusyksikköä kohti.

Kun operaattori **L** kohdistetaan askelfunktioon, saadaan tässä tilanteessa

$$
\mathbf{L}\big(\varepsilon(x_1 - x_{10})\big) = \begin{bmatrix} 0 & \nabla\varepsilon(x_1 - x_{10})\cdot \\ \nabla\varepsilon(x_1 - x_{10}) & 0 \end{bmatrix} = \delta(x_1 - x_{10}) \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{e}_n \cdot \\ \boldsymbol{e}_n & 0 \end{bmatrix}, \tag{18}
$$

missä $\delta(x_1 - x_{10})$ on Diracin deltafunktio ja $\boldsymbol{e}_n$ on ulospäin osoittava yksikkönormaalivektori pinnalla A, kts. kuva 1.

Sekundäärilähteet ovat nyt yhtälöiden (16), (17) ja (18) perusteella

$$
\boldsymbol{S}'' = \begin{bmatrix} q'' \\ \boldsymbol{f}'' \end{bmatrix} = \delta(x_1 - x_{10}) \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{e}_n \cdot \\ \boldsymbol{e}_n & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_{s0} \begin{bmatrix} p \\ \boldsymbol{u} \end{bmatrix} = \delta(x_1 - x_{10}) \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{su}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{e}_n \\ \mathbf{M}_{sp} p \boldsymbol{e}_n \end{bmatrix} = \delta(x_1 - x_{10}) \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{su}\boldsymbol{u} \\ \mathbf{M}_{sp} p \mathsf{I} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{e}_n, \tag{19}
$$

missä operaattori $\mathbf{M}_{s0}$ on jaettu kahteen operaattoriin, äänenpaineeseen kohdistuvaan operaattoriin $\mathbf{M}_{sp}$ ja hiukkasnopeuteen kohdistuvaan operaattoriin $\mathbf{M}_{su}$

$$
\mathbf{M}_{s0} \begin{bmatrix} p \\ \boldsymbol{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sp} p \\ \mathbf{M}_{su} \boldsymbol{u} \end{bmatrix}, \tag{20}
$$

ja missä I on identtinen dyadi ($\mathsf{I} \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \cdot \mathsf{I} = \boldsymbol{a}$). Integroimalla lauseke (19) koordinaatin x_1 suhteen saadaan sekundäärilähteen pintajakaumat $\boldsymbol{S}_s''$ pinnalla A muodossa

$$
\boldsymbol{S}_s'' = \begin{bmatrix} q_s'' \\ \boldsymbol{f}_s'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{su}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{e}_n \\ \mathbf{M}_{sp} p \boldsymbol{e}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{su}\boldsymbol{u} \\ \mathbf{M}_{sp} p \mathsf{I} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{e}_n \quad A\text{: lla} . \tag{21}
$$

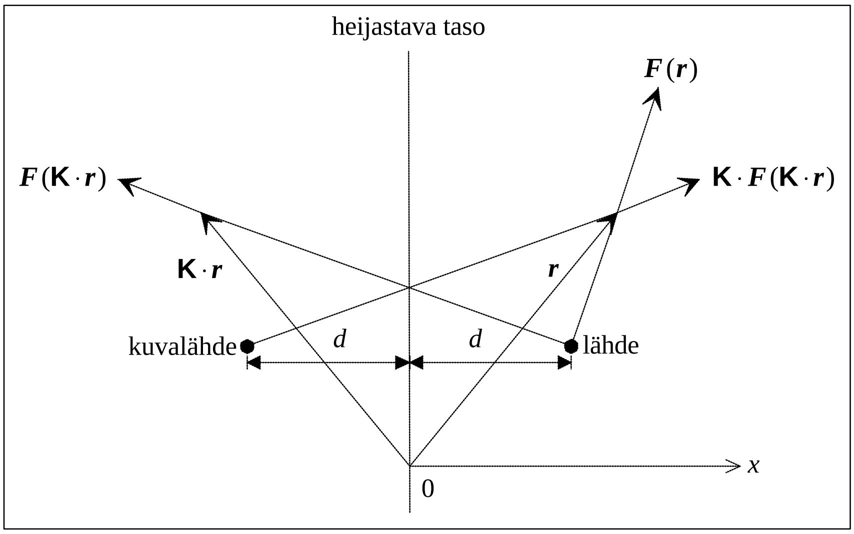
Saatu akustisten kenttien ratkaisu riippuu alkuperäisestä äänenpaineesta ja alkuperäisen hiukkasnopeuden normaalikomponentista pinnalla A sekä operaattorista $\mathbf{M}_{s0}$.

3.3 Heijastava elementti

Dyadi **K**, joka tuottaa alkuperäisen kentän heijastusmuunnoksen tason $x = 0$ suhteen, voidaan esittää muodossa [8]

$$\mathsf{K} = \mathsf{I} - 2\mathbf{e}_x\mathbf{e}_x = -\mathbf{e}_x\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \ , \tag{22}$$

missä $\mathbf{e}_x$ on x-suuntainen yksikkönormaalivektori (kohtisuorassa heijastavaa tasoa vastaan), kts. kuva 2. Heijastusmuunnosdyadi kääntää vektorin normaalikomponentin (heijastavaan tasoon nähden) vastakkaissuuntaiseksi vaikuttamatta muihin komponentteihin millään tavoin. Heijastusmuunnos kohdistuu sekä varsinaisiin kenttävektoreihin että koordinaattivektoriin $\boldsymbol{r}$, kts. kuva 2. Muunnettu kenttä voidaan tulkita alkuperäisen lähteen heijastavan tason suhteen konstruoidun kuvalähteen aiheuttamaksi. Kuvalähteen voimakkuus ja etäisyys heijastavasta tasosta ovat yhtä suuria kuin alkuperäislähteen vastaavat.



Kuva 2. Heijastusmuunnoksen vaikutus kenttävektoriin ***F*** *ja koordinaattivektoriin* ***r****.*

Jos heijastava taso ei ole ideaalinen, heijastuvan kentän amplitudi on pienempi kuin alkuperäisen kentän amplitudi heijastavalla pinnalla. Heijastus saattaa myös muuttaa kentän vaihetta. Nämä voidaan ottaa huomioon käyttämällä kompleksista heijastuskerrointa R. Heijastuskerroin tulee valita sopivasti, jotta varmistettaisiin, että heijastunut kenttä toteuttaa homogeenisen kenttäyhtälön puoliavaruudessa $x > 0$. Eräs mahdollisuus on käyttää tulokulmasta riipumatonta heijastuskerrointa. Kun heijastuskerroin on valittu esitetyllä tavalla sopivasti, heijastuneen akustisen kentän kenttäsuureet (alaindeksi r) toteuttavat lausekkeet

$$\begin{aligned} p_r(\boldsymbol{r}) &= Rp(\mathsf{K}\cdot\boldsymbol{r}) \\ \boldsymbol{u}_r(\boldsymbol{r}) &= R\mathsf{K}\cdot\boldsymbol{u}(\mathsf{K}\cdot\boldsymbol{r}) \ . \end{aligned} \tag{23}$$

Heijastusmuunnoksen vaikutus paikkakoordinaattiin aiheuttaa sen, että etenemissuunta tason normaalin suhteen vaihtuu vastakkaiseksi poikittaissuuntaisten etenemissuuntakomponenttien pysyessä alkuperäisinä.

Operaattorit $\mathbf{M}_s$ ja $\mathbf{M}_r$, jotka on määritelty yhtälöissä (6), (7), (13) ja (20), ovat nyt

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s &= \mathbf{M}_{s0}\varepsilon(x) \\ \mathbf{M}_{s0} &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sp} \\ \mathbf{M}_{su} \end{bmatrix} = R\begin{bmatrix} 1 \\ \mathsf{K}\cdot \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_r &= \mathsf{K}\cdot \ . \end{aligned} \tag{24}$$

Sekundäärilähdejakaumat ovat nyt yhtälöiden (21), (22) ja (24) mukaan

$$\boldsymbol{S}_s'' = \begin{bmatrix} q_s'' \\ \boldsymbol{f}_s'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{su}\boldsymbol{u} \\ \mathbf{M}_{sp}p\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{e}_x = R\begin{bmatrix} \mathbf{K}\cdot\boldsymbol{u} \\ p\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{e}_x = R\begin{bmatrix} -\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{e}_x \\ p\boldsymbol{e}_x \end{bmatrix}, \; x = 0 \; . \tag{25}$$

Esitetty heijastavan elementin ratkaisu toimii paikallisen ohjauksen periaatteella: sekundäärilähdevoimakkuudet missä tahansa pisteessä pinnalla A riippuvat vain samassa pisteessä vaikuttavasta alkuperäiskentästä.

Esitetty tasomaisten sekundäärilähteiden lauseke soveltuu approksimatiivisesti paloittain tasomaisille pinnoille ja jopa sileille kaareville pinnoille. Näissä tapauksissa x-suuntainen yksikkövektori on korvattava pinnan normaalin suuntaisella yksikkövektorilla.

4 YHTEENVETO

Hypoteettisella sirottajapinnalla aktiivisina sirottajina toimivien sekundäärilähteiden muodostamisen periaate JMC-menetelmään pohjautuen on esitetty. Periaatetta voidaan soveltaa esimerkiksi konserttisalien akustiikassa. Tarkastelussa on käytetty modifioitua JMC-menetelmää, jotta logiikka ei johtaisi primäärilähteiden muutostarpeisiin. Aktiivinen heijastava taso on esitetty esimerkkinä aktiivisesta sirottajasta. Heijastavan elementin ratkaisu toimii paikallisen ohjauksen periaatteella: kukin heijastava osapinta tarvitsee tietoa vain sen välittömässä läheisyydessä vallitsevasta primäärikentästä. Ratkaisu voidaan laajentaa myös paloittain tasomaisille ja sileille kaareville pinnoille.

LÄHTEET

1. JESSEL M J M & ANGEVINE O L, Active acoustic attenuation of a complex noise source. *Inter-Noise 80*, 8.–10.12.1980, Miami, 689–694.
2. JESSEL M J M, Active noise reduction as an experimental application of the general system theory. *Inter-Noise 83*, 13.-15.7.1983, Edinburgh, 411–414.
3. ILLÉNYI A & JESSEL M, Decoding/recoding the source information from/into sound fields: another way of understanding active noise control. *Inter-Noise 88*, 30.8.–1.9.1988, Avignon, 963–966.
4. CANÉVET G, Acoustic propagation in aperiodic transition layers and waveguides. *J Ac Soc Am* **67**(1980)2, 425–433.
5. MANGIANTE G & CHARLES S, Absorbing boundary conditions for acoustic waves and Huygens' principle. *16th International Congress on Acoustics*, 20.–26.6.1998, Washington, 1925–1926.
6. UOSUKAINEN S, Modified JMC method in active control of sound. *Acustica united with acta acustica* **83**(1997)1, 105–112.
7. UOSUKAINEN S, Active sound scatterers based on the JMC method. *J Sound Vib* (2003). Accepted for publication.
8. LINDELL I, *Methods for electromagnetic field analysis*. Clarendon Press, Oxford 1992.