JÄRJESTELMÄTARKASTELU JA OPTIMOINTI VAIMENNINAKUSTIIKASSA

Jukka Tanttari ja Jari Kataja

VTT Tuotteet ja tuotanto
PL 1307, 33101 TAMPERE
etunimi.sukunimi@vtt.fi

1 JOHDANTO

Esitelmässä tarkastellaan reaktiivisiin komponentteihin perustuvien vaimenninjärjestelmien mitoitusta ja optimointia. Esitettävien laskelmien oletuksina ovat, ellei toisin mainita, tasoaaltoalue, taajuustasotarkastelu sekä virtaukseton ja häviötön tilanne.

Akustiikan oppikirjoissa painotetaan suhteettoman paljon yksittäisten vaimenninkomponenttien, kuten kammiovaimentimen tai Helmholz-resonaattorin, käsittelyä. Komponentteja tarkastellaan liitettyinä äärettömään tulo- ja lähtöputkeen. Käytännön tapauksissa putket ovat rajallisia. Vaimenninjärjestelmän mitoitus todellista hyötyvaikutusta mittaavan lisäysvaimennuksen (IL) kannalta edellyttää rajoitetun järjestelmän tarkastelua.

Lisäysvaimennuksen ennakointi ja erityisesti sen tarkoituksenmukainen mitoittaminen voi olla haastava ja vaikeakin tehtävä. Sama vaimenninkomponentti eri paikkaan sijoitettuna antaa erilaisia tuloksia. Myös lähteen käyttäytyminen akustisen kuormituksen alaisena, virtaus sekä fluidin ominaisuudet ja niiden vaihtelu vaikuttavat saataviin tuloksiin.

2 VAIMENNINMITOITUS LISÄYSVAIMENNUKSEN NÄKÖKULMASTA

2.1 Järjestelmän toiminta ratkaisee

Lisäysvaimennuksen kannalta mitoitus perustuu komponenteista muodostuvan järjestelmän määrittelyyn sekä sen toiminnan ja rajapinnoilla tapahtuvien vuorovaikutusten tarkasteluun. Reaktiivisen vaimentimen toiminta perustuu heijastukseen tai huonoon impedanssisovitukseen. Koska reaktiivinen vaimennin ei muuta energiaa lämmöksi, on vaimentimen perimmäinen tehtävä vaikuttaa äänilähteen äänentuottoon. Näin ollen on keskeistä tarkastella, millaisen järjestelmän lähde ”näkee”. Jossakin määrin joudutaan pohtimaan myös lähteen luonnetta ja käyttäytymistä sitä kuormitettaessa.

Voidaan siis sanoa, että järjestelmän toiminta ratkaisee – mutta *mistä järjestelmä tulee*? Toisin kuin analyysissä, eli nykyisen tilanteen tarkastelussa, on tehtävä synteesiä eli luotava järjestelmä joka täyttää annetut vaatimukset.

Synteesissä suunnittelutehtävä on ensin pakotettava rajalliseen parametriavaruuteen kirkastamalla tavoite ja käymällä sitten systemaattisesti läpi kaikki annetut mitat kuten virtausputken minimihalkaisija, järjestelmän maksimipituus, vaimentimen maksimihalkaisija, muut reunaehdot kuten painehäviö sekä toivomusluontoiset suunnittelun reunaehdot, esimerkiksi ulkonäkö. Huomattavaa on myös osaoptimoinnin välttäminen. Hyvin formuloidussa tehtävässä järjestelmän ei suinkaan aina edellytetä vaimentavan mahdollisimman paljon, vaan täyttävän asetut vaatimukset tarkoituksenmukaisesti.

2.2 Laskentamenetelmistä

Äänenvaimenninjärjestelmän akustisen käyttäytymisen täydellinen tunteminen edellyttää äänenpaineen ja hiukkas-, tilavuus- tai massanopeuden ratkaisemista koko järjestelmän alueella. Suureet voidaan nykyään ratkaista mielivaltaisissa geometrioissa numeerisesti, perustuen virtausopillisiin tai akustisiin lähestymistapoihin. Synteesin alkuvaiheessa ei kuitenkaan ole olemassa ratkaistavia yksityiskohtaisia geometrioita, joten vaimenninkonseptin luomisen tukena on tarkoituksenmukaista käyttää systeemitason tarkasteluja, joista ns. nelinapatekniikka on hyvin käyttökelpoinen.

Nelinapatekniikka perustuu tarkasteltavan järjestelmän jakamiseen yksinkertaisiin elementteihin, joiden käyttäytyminen tunnetaan taajuuksittain joko analyyttisesti tai kokeiden perusteella [1,2]. Nelinapatekniikasta esiintyy erilaisia muunnelmia sen mukaan, tarkastellaanko tilamuuttujina äänenpainetta p [Pa] ja tilavuusnopeutta Q [m^3/s] vai äänenpainetta ja akustista massanopeutta v [kg/s] ja missä järjestyksessä. Käytetään seuraavassa Munjalin [1] merkintätapaa, jossa osajärjestelmän n ylävirran puoleiset suureet ovat p_n ja v_n ja alavirran puoleiset suureet p_{n+1} ja v_{n+1}. Osajärjestelmälle n käytetään määritelmää

$$\begin{Bmatrix} p_n \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{n+1} \\ v_{n+1} \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

missä matriisin termit A, B, C ja D ovat paineen ja massanopeuden väliset relaatiot. Suoran putken 1-dimensioisen äänikentän matriisi tunnetaan analyyttisesti

$$\begin{Bmatrix} p_n \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_o l_n & jY_n \sin k_o l_n \\ j/Y_n \sin k_o l_n & \cos k_o l_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{n+1} \\ v_{n+1} \end{Bmatrix}, \tag{2}$$

missä k_0 on aaltoluku ω/c_0, Y_n on putkessa etenevän tasoaallon akustinen impedanssi ($= p^+/v^+ = c_0$/putken poikkipinnan ala S_n) ja l_n on putken pituus.

On huomattava, että nelinapatekniikka ei rajoitu vain suoriin putkiin, 1-dimensioisiin tapauksiin tai tapauksiin, joissa ratkaisu tunnetaan analyyttisesti. Elementit voivat olla erityyppisiä kammioita (joissa on reikäputkia, putkien sisäänvetoja jne), resonaattoreita, sivuputkia, torvia jne. Matriisin ilmaisema yhteys voidaan määrittää myös kokeiden perusteella. Tasojen n ja n+1 välissä voi esiintyä myös 3-dimensioinen äänikenttä. Olennaista on, että kenttä tasoilla n ja n+1 on kuvattavissa kahdella tilasuureella. Koko järjestelmä voidaan kuvata samalla logiikalla eli määrittelemällä riittävästi matriiseja sarjaan ja asettamalla järjestelmän reunaa kuvaavaan oikean puolen vektoriin sopivat reunaehdot.

2.3 Lisäysvaimennus IL

Järjestelmä voidaan ratkaista, jos vektoreiden neljästä tuntemattomasta termistä tunnetaan kaksi. Usein oletetaan tunnetuksi toinen lähdesuure sekä impedanssiehto järjestelmän toisessa päässä. Lisäysvaimennuksen laskentaa varten heräte voidaan valita mielivaltaisesti, esim. v_0 = 1 kg/s. Jos järjestelmä alkaa lähdetasolta 0 ja päättyy tasolle L, jonka reunaehto tunnetaan, on järjestelmän kuvaus lähteestä katsoen esitettävissä muodossa

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{p_0}{v_L} \\ \\ \dfrac{v_0}{v_L} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_L \\ 1 \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

missä $\zeta_L = p_L/v_L$. Lähteen säteilemä ääniteho on

$$W_0 = \frac{v_0^{\;2}}{\rho_0} \operatorname{Re}(\zeta_0), \tag{4}$$

missä ζ_0 on p_0/v_0. Kaavan (4) oikealla puolella olevat v_0 ja ρ_0 ovat tunnettuja, joten äänitehon määrittämiseen tarvitaan Re(ζ_0). Se voidaan laskea kaavasta (3) ratkaisemalla oikean puolen järjestelmä ja jakamalla termit keskenään. Kaavassa (3) oleva v_L eliminoituu samalla.

Jos lähteen näkemien impedanssien reaaliosat nimetään Re($\zeta_{0,ev}$) ja Re($\zeta_{0,vaim}$), (ei vaimenninta ja vaimennin asennettuna, vastaavasti), määräytyy lisäysvaimennus suoraan impedanssien reaaliosien suhteesta

$$IL(\omega) = 10 \log\left(\frac{W_{0,ev}}{W_{0,vaim}}\right) = 10 \log\left(\frac{\operatorname{Re}(\zeta_{0,ev})}{\operatorname{Re}(\zeta_{0,vaim})}\right) . \tag{5}$$

Mikäli lähteen ominaisuuksia tai fluidin tiheyttä ei voida pitää vakioina, on tarkasteltava tilanne monimutkaisempi. Jos fluidi on voimakkaasti häviöllistä, ei tarkastelu myöskään päde näin suoraviivaisena. Häviöllisessä tilanteessa lähdetasolla 0 määritelty ja järjestelmän päässä L määritelty lisäysvaimennus voivat poiketa toisistaan. Tällöin on tarkoituksenmukaista tarkastella tasoa L. Tarkastelu ei olennaisesti poikkea yllä esitetystä, mutta vertailusuureeksi on otettava v_L ja tarkasteltava sen muuttumista järjestelmän vaikutuksesta.

Korkeampien aaltomuotojen huomioimiseksi voidaan edellä esitettyä tarkastelua laajentaa säännöllisiin 3-dimensioisiin vaimenninelementtigeometrioihin [3,4], joissa esiintyvät aaltomuodot voidaan esittää analyyttisesti suljetussa muodossa. Soveltuvia geometrioita ovat mm. suorakulmainen särmiö ja suora ympyrälieriö. Nelinapamatriisin termeihin tulee lisäterminä korkeampien aaltomuotojen vaikutus äärettömänä (käytännössä katkaistuna) moodisummana. Lyhyissä kammioissa myös etenemättömät aaltomuodot on huomioitava, koska ne vaikuttavat toimintaan olennaisesti leakage-ilmiön kautta [5,6].

2.4 Optimointinäkökulma

Järjestelmä on melko helppo virittää toimimaan hyvin yhdellä taajuudella valitsemalla sopiva kammiovaimennin ja hakemalla sille sopiva koko ja paikka. Käytännössä herätetaajuuksia on aina useita ja usein ne muuttuvat laajalla alueella pyörimisnopeuden mukaan. Tästä syystä on määriteltävä paras järjestelmä jollakin halutulla taajuusalueella Δω. Suunniteltava ominaisuus on tässä tapauksessa kaavan 6 mukainen taajuuskeskiarvo. Kyseessä on optimointitehtävä.

$$\overline{IL}\,(\Delta\omega) = 10\log\left(\frac{\overline{W}_{0,ev}}{\overline{W}_{0,vaim}}\right) \tag{6}$$

Optimoinnilla tarkoitetaan matemaattisessa mielessä ongelman ratkaisemista ”parhaalla mahdollisella tavalla”. Ongelma muotoillaan kustannusfunktiona, jolle etsitään optimia - minimiä tai maksimia - kustannusfunktioon vaikuttavien optimointiparametrien joukosta. Optimointitehtävät jaetaan yleisesti lineaarisiin ja epälineaarisiin kustannusfunktiosta riippuen. Tehtävä voi myös olla vapaa tai rajoitettu riippuen siitä, onko optimointiparametreille annettu rajoitteita. Rajoitteet voivat lisäksi olla yhtälö- tai epäyhtälömuotoisia.

Vaimenninmitoituksessa tarkasteltavana optimointitehtävänä on lisäysvaimennuksen taajuuskeskiarvon (kaava 6) maksimointi. Tehtävä on vahvasti epälineaarinen ja epäyhtälörajoitteinen ja sisältää useita optimointiparametreja. Parametreinä ovat osien pituudet ja halkaisijat. Rajoitteina ovat osien dimensioiden ala- ja ylärajat sekä vaimentimen kokonaispituus. Tehtävä on varsin hankala, koska kustannusfunktiota ei voida lausua suljetussa muodossa eikä sen gradientteja eli derivaattoja eri parametrien suhteen pystytä suoraan määrittämään. Rajoitteina voisivat olla lisäksi vaimentimen aiheuttama painehäviö ja vaimentimen koko, mikä lisäisi kustannusfunktion kompleksisuutta entisestään.

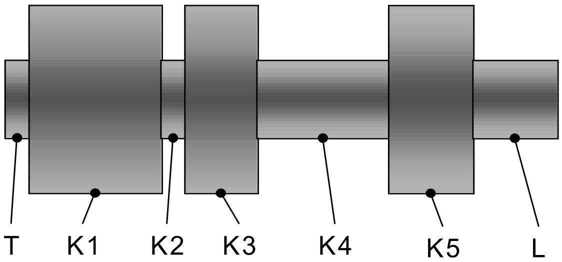
Yleisen epälineaarisen tehtävän ratkaisemiseen voidaan käyttää gradienttipohjaisia menetelmiä. Jos gradientit eivät ole määritettävissä, voidaan käyttää evolutiivisia menetelmiä kuten esimerkiksi geneettisiä algoritmeja. Geneettiset algoritmit matkivat luonnonvalinnan mekanismeja parhaiden yksilöiden eli mahdollisten optimiratkaisujen löytämiseksi. Niiden etuna on se, että ne löytävät parhaan optimin kaikista mahdollisista optimeista. Geneettiset algoritmit ovat kuitenkin laskennallisesti raskaita ja ne on ohjelmoitava tehtäväkohtaisesti. Gradienttipohjaiset menetelmät ovat yksinkertaisempia, mutta ne saattavat löytää vain paikallisen optimiratkaisun parametrien alkuarvoista riippuen. Gradientit voidaan myös laskea numeerisesti, mikäli niitä ei pystytä suoraan määrittämään. Rajoitteet voidaan huomioida sakkofunktiomenetelmällä, jotka ovat yksinkertaisia ja laskennallisesti tehokkaita. Niiden perusideana on muuttaa rajoitettu tehtävä vapaaksi tehtäväksi käyttäen kustannusfunktiossa lisätermiä, joka pakottaa optimoijan toimimaan sallitulla alueella. [7].

Tarkasteltavan tehtävän ratkaisemiseen ei siis ole olemassa yksikäsitteisesti parasta menetelmää. Siihen voitaisiin käyttää gradienttipohjaista menetelmää, jossa gradientteja aproksimoidaan numeerisesti. Rajoitteet voitaisiin huomioida sakkofunktiomenetelmällä. Saadun optimiratkaisun globaalisuus voitaisiin tarkistaa ratkaisemalla tehtävä eri alkuarvoilla ja vertaamalla tuloksia. Sopiva optimoija löytyy esimerkiksi Matlabin Optimization Toolboxista.

3 ESIMERKKI - KOLME KAMMIOTA SARJASSA

Optimointitehtävänä oli etsiä kolmen kammion (kuva 1) vaimenninrakenne, jolla saavutetaan suurin keskimääräinen lisäysvaimennus taajuusalueella 150 – 2000 Hz. Optimointimuuttujina toimivat osien pituudet ja halkaisijat. Rajoitteina olivat vaimentimen kokonaispituus (tasan 300 mm) ja osien pituuksien (alaraja 10 mm, yläraja 100 mm) ja halkaisijoiden (K1, K3 ja K5 alaraja 34 mm, yläraja 100 mm; T, K2, K4 ja L vakio 34 mm) rajoitteet. Vertailukohta on 300 mm pitkä, halkaisijaltaan 34 mm putki. Laskennan taajuusresoluutio oli 1 Hz. Järjestelmän oletettiin päättyvän suureen säiliöön ja reunaehtona käytettiin pyöreän männän säteilyimpedanssia [1].

Järjestelmän nelinapayhtälössä on auki kirjoitettuna 7 matriisia. Kustannusfunktiossa on 14 geometrista parametria (7 pituutta, 7 halkaisijaa). Yhtälö ratkaistaan ensin jokaisella taajuudella erikseen ja osatuloksista lasketaan IL:n taajuuskeskiarvo, jolle sitten haetaan optimia.



Kuva 1. Kolmen kammion ja neljän putken järjestelmä.

Optimointitehtävän ratkaisemiseen ei käytetty varsinaista optimoijaa, vaan optimiratkaisu saatiin laskemalla tietyllä resoluutiolla kaikki ratkaisut ja valitsemalla maksimivaimennuksen antavat muuttujien arvot. Optimoinnissa käytetty ohjelma oli Matlab. Optimi haettiin kahdessa vaiheessa seuraavasti:

Vaihe 1, laaja skaala, harva resoluutio: laskenta-aika n.15 h

- muuttujien arvot välillä [10,100] mm 10 mm resoluutiolla:
- 10^7 yhdistelmää, joista 116345 toteuttaa rajoitteen

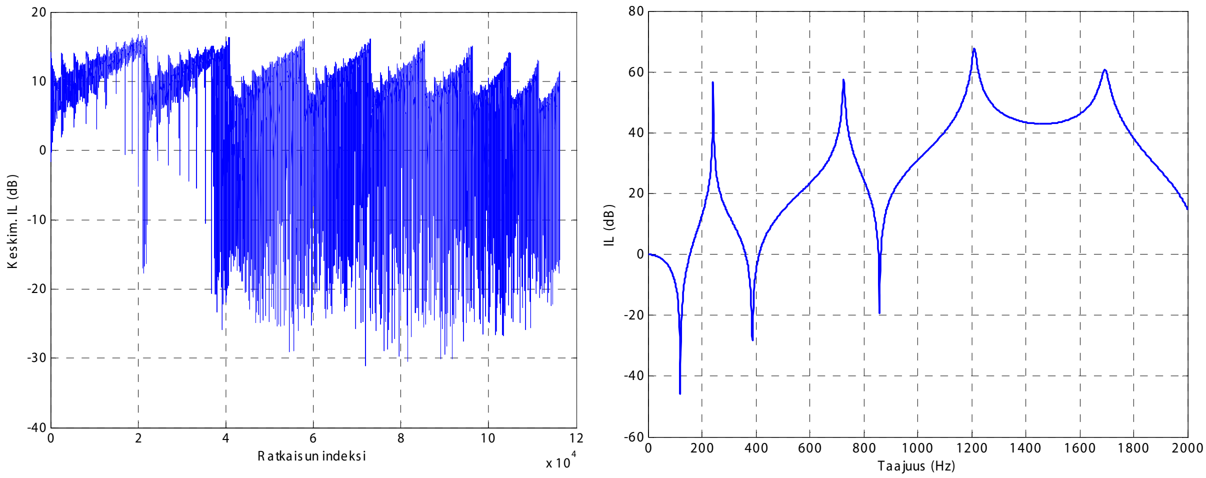
Vaihe 2, suppea skaala, tiheä resoluutio: laskenta-aika n. 1 h 40 min

- tarkennetaan vaiheen 1 optimia 2 mm resoluutiolla
- 13701 rajoitteen toteuttavaa yhdistelmää

Taulukossa 1 on esimerkkejä optimin lähellä olevista konfiguraatioista. Kuvassa 2 vasemmalla on esimerkki ratkaisuavaruuden läpikäynnistä. X-akselilla on ratkaisun indeksi ja Y-akselilla on optimoitavan kustannusfunktion arvo. Muuttujien arvot eivät juurikaan poikkea toisistaan eli optimaalinen vaimenninrakenne on yksikäsitteinen. Kuvassa 2 oikealla on optimaalisen vaimenninkonfiguraation lisäysvaimennus.

Taulukko 1. Optimin lähellä olevia konfiguraatioita.

Pituudet (mm)							Halkaisijat (mm)							
T	K1	K2	K3	K4	K5	L	T	K1	K2	K3	K4	K5	L	IL (dB)
10	70	10	40	70	52	48	34	100	34	100	34	100	34	19,11
12	70	10	40	70	54	44	34	100	34	100	34	100	34	19,09
10	70	10	42	68	56	44	34	100	34	100	34	100	34	19,08
12	70	10	42	70	52	44	34	100	34	100	34	100	34	19,07
10	70	10	38	70	54	48	34	100	34	100	34	100	34	19,07



Kuva 2. Esimerkki ratkaisuavaruuden läpikäynnistä (vasemmalla) sekä lisäysvaimennus optimikonfiguraatiolla (oikealla).

4 LOPUKSI

Tarkoituksenmukainen vaimenninmitoitus perustuu järjestelmätarkasteluun ja järjestelmän optimointiin. Järjestelmän peruskonsepti voidaan saada kohdalleen ja lähelle optimia suhteellisen yksinkertaisilla menetelmillä. Ratkaisua voidaan sitten jalostaa tarkemmilla menetelmillä mikäli tarpeen. Kuvatut tarkastelut ja lähestymistapa ovat johtaneet myös käytännössä hyviin tuloksiin. Taajuusresoluutioherkkyyttä voidaan vähentää lisäämällä järjestelmään sopivasti vaimennusta. Järjestelmämäärittelystä lähtevä tarkastelu on yleensä kyllin yksinkertaista toimiakseen aitona kehitystukena ja toisaalta riittävän kuvausvoimaista ollakseen ylivoimainen petu- tai fiilispohjaisiin tarkasteluihin verrattuna.

LÄHTEET

1. MUNJAL, M.L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. John Wiley 1987. 328 p.
2. SOEDEL, W. *Mechanics, simulation and design of compressor valves, gas passages and pulsation mufflers*. Purdue University. 262 p.
3. MUNJAL, M.L. A simple numerical method for three-dimensional analysis of simple expansion chamber of rectrangular as well as circular cross-section with a stationary medium. *Journal of Sound and Vibration* 116(1987)1, pp. 71-88.
4. IH, J.-G. The reactive attenuation of rectangular plenum chambers. *Journal of Sound and Vibration* 157(1992)1, pp. 93-122.
5. SELAMET, A. & Radavich, P.M. The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational and experimental investigation. *Journal of Sound and Vibration* 201(1997)4, pp. 407-426.
6. SADAMOTO, A. & MURAKAMI, Y. Resonant properties of short expansion chambers in a circular duct: including extremely short cases and asymmetric mode wave incidence cases. *Journal of Sound and Vibration* 249(2002)1, pp. 165-187.
7. KALEVA, O, *Optimointi 1*, Opintomoniste 138, Tampereen teknillinen korkeakoulu, 1996, 110 s.