

KOLMIULOTTEINEN OMINAISMUOTOANALYYSI HUONEAKUSTISEN SUUNNITTELUN APUNA

Juha Backman (1), Risto Repo (2)

(1) Nokia Mobile Phones, PL 100, 00045 NOKIA GROUP

(2) Datex-Ohmeda, PL 900, 00031 DATEX-OHMEDA

(1) juha.backman@nokia.com, (2) risto.repo@datex-ohmeda.com

1 JOHDANTO

Värähtelymekaniikan yleistä työkalua, kokeellista ominaismuoto- eli moodianalyysiä [1], voidaan soveltaa pienten taajuuksien ilmiöiden kartoitukseen myös huoneakustiikassa. Tällä menetelmällä voidaan määrittellä mm. havaittujen akustisten ongelmien todennäköisiä syitä sekä ennustaa mahdollisten parannuskeinojen, kuten resonaattoreiden tai absorbaattoreiden, vaikutusta. Moodianalyysiä voidaan käyttää myös pientaajuisten absorptioiden perinteisiä jälkikäiväntään perustuvia menetelmiä tarkempaan määrittämiseen.

2 MOODIANALYYSIN PERUSTEET

Moodianalyysin teoreettisena perusteena on se yksinkertainen toteamus, että lineaarisen differentiaaliyhtälön, kuten aaltoyhtälön, ratkaisu (riippumatta häviöistä, dispersiosta jne.) on aina esitettävissä yhtälön ominaisarvoja vastaavien ominaisfunktioiden summana. Akustiikan ja värähtelymekaniikan terminologialla ominaisarvo vastaa siis resonanssitaajuutta, kun käytetään resonanssin määritelmänä tilannetta, jossa heräte ja vaste ovat samassa vaiheessa. Ominaisfunktion mekaanis-akustinen vastine on taas ominaismuoto eli moodi. Kuten tunnettua, analyttinen ratkaisu onnistuu muutamissa tapauksissa, mutta analyttisistä kantafunktioista ei valitettavasti ole suurtakaan apua useissa käytännön tilanteissa. Analyttisen ratkaisun tielle astuvat niin tarkasteltavan systeemin muoto kuin reunaehtokin.

Kokeellisen moodianalyysin lähtökohtana ei kuitenkaan ole määrittää tarkkoja ominaisfunktioita sellaisenaan, vaan sen sijaan käytetään merkittävästi yksinkertaistavaa oletusta: maksimissa lähellä ominaismuodot käyttäytyvät tavalla, joka muistuttaa yhden vapausasteen värähtelijöitä (ts. yksinkertaisesti vaimennettuja massa-jousisysteemeitä). Sovittamalla mitattuun vasteeseen kutakin ominaismuotoa vastaava yhden vapausasteen värähtelijä saadaan approksiimaatio systeemin käyttäytymiselle. Kunkin moodin resonanssitaajuus ja kaistanleveys ovat samoja tilan kaikissa pisteissä (nämä vastaavat siis aaltoyhtälön yksittäistä ominaisarvoa), ja ainoastaan kompleksinen amplitudi eri pisteissä vaihtelee (vastaten tarkasteltavaan ominaisarvoon liittyviä ominaisfunktion lukuarvoja näissä pisteissä). Ominaismuodon paikkajakaumalle ei siis kokeellisissa moodianalyysissä tehdä mitään oletuksia, toisin kuin pyrittäessä aaltoyhtälön ominaisfunktion analyttiseen laskentaan. Vaikka huoneakustiikan kannalta epälineaarisuus voidaan unohtaa, voidaan todeta, että moodianalyysillä voidaan approksimoida myös lievästi epälineaarisia systeemeitä, niin kauan kuin moodien kytkeytyminen on heikkoa.

Värähtelevän systeemin mittaus ("operational vibration shape") on sellaisenaan aivan täydellinen kuvaus värähtelystä kullakin taajuudella mittaukseen käytetyissä pisteissä. Motiivi sille, että tämä tulos olisi jaettava erillisiin ominaismuotoihin, on kontrollin helpottaminen: yksittäis-

sen ominaisuuden tarkastelu tekee helpommaksi ennustaa sitä, minkä tyyppinen reunaehdon muutos (resonaattoreiden käyttö, absorptio jne.) vaikuttaa kyseiseen ominaisuuteen tehokkaimmin, ja mikä on tehokkain piste ominaisuuden kontrollointiin.

3 MOODIANALYYSIN SOVELTAMINEN HUONEAKUSTIIKKAAN

3.1 Miksi moodianalyysiä ei yleensä käytetä?

Ominaisuudet tarkastelu on teoreettisen huoneakustiikan puolelta tuttu tapa tarkastella jälkikaiuntaprosessia ja johtaa äänikentän tilastollisia ominaisuuksia. Käytännön mittausmenetelmänä tämä ei suinkaan ole saavuttanut samanlaista suosiota kuin kaksiulotteinen vastineensa mekaanisten värähtelyjen tarkastelussa.

Ensimmäinen ja oleellisin ongelma on mooditiheyden käyttäytyminen kolmiulotteisessa tilassa [2]. Mooditiheys kasvaa kolmiulotteisessa tilassa (fluideissa ja kiinteän aineen pitkäaalloissa) suunnilleen verrannollisena taajuuden neliöön, ja taajuuden kasvaessa saavutetaan pian rajataajuus, ns. Schroederin taajuus, jonka yläpuolella on aina herätettyä sen verran useita moodeja samanaikaisesti, ettei niitä voida yksinkertaisilla havainnoilla enää erottaa toisistaan, eikä yksittäiseen moodiin vaikuttaminen myöskään enää ole akustisen suunnittelun keinona mielekäs. Jälkikaiunta-ajan avulla lausuttuna Schroederin taajuus on

$$f_c = 2000 \sqrt{\frac{T_{60}}{V}} \quad (1)$$

Yksi- ja kaksiulotteisissa systeemeissä tilanne on taas mittausten kannalta helpompi: kaksiulotteisissa kalvoissa mooditiheys kasvaa suoraan verrannollisena taajuuteen, ja levyrakenteissa (kunhan aallonpituus on oleellisesti paksuutta suurempi) dispersio kasvattaa taivutusaallon nopeutta verrannollisena taajuuden neliöjuureen, joten mooditiheyden kasvu on verrannollinen vain taajuuden neliöjuureen. Lisäksi teknisesti kiinnostavissa rakenteissa sisäinen vaimennus on usein pieni, mikä edelleen helpottaa ominaistajuuksien kokeellista määrittelyä, sillä eri moodit kapeina ovat helpommin erotettavissa toisistaan. (Yksiulotteisissa systeemeissä mooditiheys on vakio, jos systeemissä ei ole dispersiota, ja jos tarkastelemme palkkia, jolla on taivutusjäykkyys, mooditiheys pienenee taajuuden kasvaessa.)

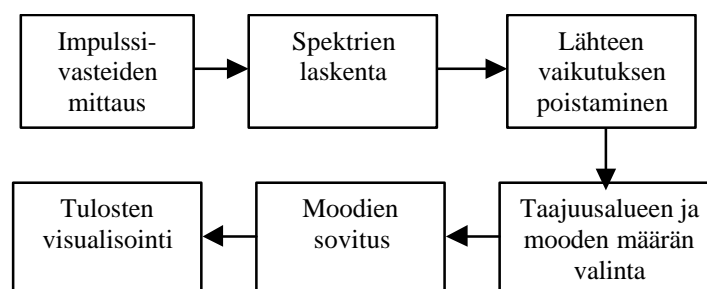
Toinen, epäsuorempi, syy moodianalyysin epäsuosioon on se, etteivät yksittäiset ominaistajuudet yleensä ole suurten tilojen, kuten konserttisalien, akustiikan kannalta kiinnostavia. Pienissä tiloissa (studiot, tarkkaamot, kodit) taas harvoin on varattu akustiseen suunnitteluun niin paljon aikaa, että tällainen varsin työteliäs analyysi olisi edes mahdollinen. (Suurempien tilojen osalta voimme todeta, että moodianalyysin kiinnostamattomuus on itse asiassa onni onnettomuudessa, sillä mittaus saattaisi vaatia melko työteliästä mikrofonien asentelua.) Moodianalyysin käytön esteenä on tähän asti ollut myös se, että analyysiin tarvitaan suhteellisen raskasta laskentaa; tämä este on vähitellen väistymässä, mutta nopean käytännön työskentelyn vaatima monikanavainen mittaus edelleen vaatii erikoislaitteita.

Mihin moodianalyysiä voidaan soveltaa?

Teoreettiset ja kokeelliset rajoitukset määrittelevät huoneakustisen moodianalyysin ainoaksi järkeväksi kohteeksi muutaman alimman moodin tarkastelun. Onneksi tämä on samalla juuri se ongelma, joka on pienten tilojen akustiikan kannalta hankala ja johon voidaan soveltaa erilaisia resonaattoriratkaisuja, joiden itsessään suunnittelu puhtaasti kokeellisesti on taas työtehtävää. Resonaattori on toki helppo mitoitaa oikealle taajuudelle, mutta edes kohtuullisen hyödyn tavoittamiseen vaadittava sijoittelu onkin huomattavasti mutkikkaampaa. Ongelmaa voidaan lähestyä myös toisesta suunnasta: huoneissa on yleensä vain muutamia järkeviä sijoituspaikkoja resonaattoreille, jolloin kysymyksiä ovat: kannattaako näihin yleensä sijoittaa resonaattoreita, ja jos kannattaa, mille ominaistajuuksista ne kannattaa virittää?

Näihin kysymyksiin voidaan tietenkin periaatteessa yrittää etsiä ratkaisua pelkästään värähtelymuodon (ts. äänipaineen) mittauksella. Jos ominaistajuuDET ovat hyvin harvassa, tämä menetelmä antaa hyvin samantapaisia tuloksia kuin varsinainen moodianalyysi, joten monimutkaisempi menettely ei ole perusteltu. Sen sijaan tapauksissa, joissa systeemissä on lähekkäin useita ominaistajuuksia, ei yksittäisen ominaismuodon vaikutusta enää voida kunnolla tunnistaa, jolloin korjausten suunnittelu vaikeutuu.

Periaatteessa moodianalyysiä voidaan käyttää ennustamaan korjaustoimenpiteiden vaikutusta esimerkiksi kaiuttimen vasteeseen kuuntelutilassa: lasketaan systeemin vaste alkuperäisessä tilanteessa, muutetaan yhden moodin amplitudia kaikkialla, ja katsotaan miltä uusi vaste vaikuttaa. Rajoituksena tällaisessa ennusteessa on vaikeus määrittellä sitä, kuinka tehokkaasti yksittäisen moodin vaimennus onnistuu (ja minkälainen vaikutus vaimennukseen liittyyvällä reunaehtojen muutoksella on muihin läheisiin ominaismuotoihin/taajuuksiin), mutta ennustemallit ainakin antavat vihjeen siitä, kannattaako korjausta edes yrittää. Tämä on tärkeää silloin, kun ominaistajuuDET ovat hyvin lähekkäin, sillä yhden moodin korjaus ei välttämättä vaikuta muiden samaan aikaan vaikuttavien moodien reunaehtoihin, jolloin tulos jää huomattavasti oletettua heikommaksi.



Kuva 1. Huoneakustisen moodianalyysin periaatteellinen eteneminen.

Moodianalyysillä on huoneakustiikassa myös epäsuora sovellutus: yksittäisten moodien vaimennuksen avulla voidaan arvioida pintojen ja rakenteiden absorptiota pienillä taajuuksilla. Jos absorptiota yritettäisiin määrittellä pienillä taajuuksilla käyttäen perinteisiä jälkikäikunta-aikaan perustuvia menetelmiä (kuten Sabinen kaavaa), harvassa olevat yksittäiset moodit, joiden vaimenemisnopeuksissa saattaa olla eroja, tekevät jälkikäikuntaprosessista huonosti määri-

tellyn tavanomaisten mittausten menetelmien kannalta (mm. suotimien, joiden kaistanleveys olisi riittävän kapea, impulssivaste ei enää ole lyhyt verrattuna tarkasteltaviin ilmiöihin). Sen sijaan ominaistajuuksien kaistanleveydet antavat suoraan tiedon pintojen vaimennuksesta kunkin ominaisuuden kohdalla.

4 KOKEELLISEN TYÖSKENTELYN KYSYMYKSIÄ

Kolmiulotteisuuden tuoma oleellinen ongelma on mittauspisteiden määrän kasvu, mikä käytännössä rajoittaa tarkasteltavan taajuusalueen kapeammaksi kuin mitä vaikuttaisi mahdolliselta käyttämällä pelkästään Schroederin taajuutta kriteerinä. Suuri mittauspisteiden määrä vaikuttaa myös tarvittavaan laskenta-aikaan, sillä jokaiselle pisteelle on määriteltävä kutakin moodia vastaava kompleksinen amplitudi.

Esimerkkinä mittauspisteiden määrästä tarkastelemme normaalikokoista ($2,5 \times 4 \times 6 \text{ m}^3$) huonetta, jonka jälkikaiunta-aika tarkasteltavalla taajuusalueella on 1,5 s. Tällöin Schroederin taajuus on $f_c = 2000 \cdot \sqrt{T_{60} / V} \approx 316 \text{ Hz}$. Tätä vastaava aallonpituus on 1,08 m, jolloin mittauspisteiden maksimietäisyyden tulisi spatiaalisen laskostumisen estämiseksi olla korkeintaan 0,54 m. Siten mittauspisteiden määräksi tulisi noin 380, jos haluttaisiin analysoida kaikki periaattessa toisistaan helposti erotettavissa olevat ominaisuudet. Käytännössä on päädyttävä harvemmassa oleviin mittauspisteisiin, jolloin suurimman taajuuden rajan määrittelee Schroederin taajuuden sijaan mikrofonien etäisyyden aiheuttama spatiaalinen laskostuminen.

Ei ole mitään syytä sille, että mittauspisteiden muodostaman hilan tulisi olla säännöllinen. On kuitenkin suotavaa, että mittauspisteet sisältäisivät akustisen suunnittelun kannalta kiinnostavia pistettä, kuten kuuntelupisteet ja mahdollisten resonaattoreiden, absorbenttien jne. sijaintipaikat. Mittauspisteissä määriteltävien moodien kompleksisten amplitudien avulla on jossain määrin mahdollista interpoloida käyttäytymistä hilaan kuulumattomissa, mutta pisteiden rajaaman tilan sisällä olevissa pisteissä. Ekstrapolointi tämän tilavuuden ulkopuolelle on kuitenkin jo teoreettinenkin mahdottomuus.

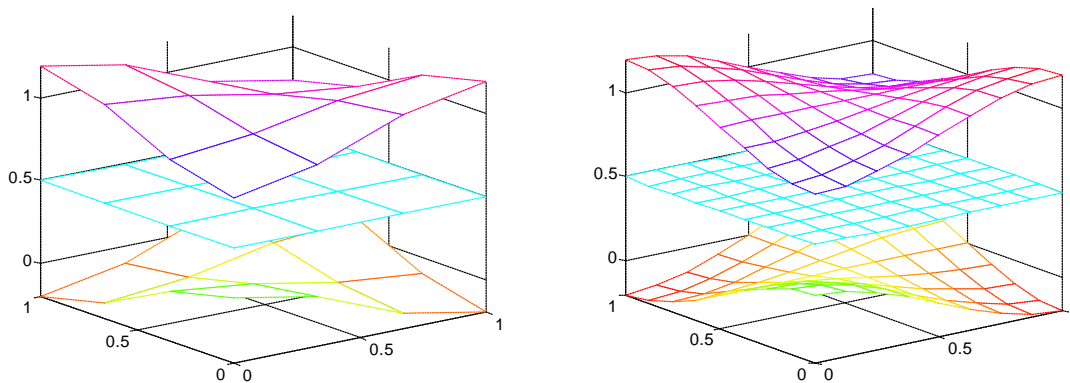
Sovitettavien ominaistajuuksien määrä ja taajuusalue, jolle tarkka sovitus halutaan, on helppoa määrittellä käsin, yksittäisten vastemittausten perusteella. Tarkasteltavan taajuusalueen yläpuolelle on vielä varattava ainakin yksi ominaisuusmuoto, jonka sovituksessa vasteseen ei olla tarkkoja, vaan jonka tehtävänä on huolehtia siitä, että käyttäytyminen optimoitavan alueen reunalla ei aiheuta virhettä varsinaisella tarkastelukaistalla oleviin ominaisuusmuotoihin.

Moodianalyyseissä on poistettava lähteen ominaisuudet mittaustuloksesta, sillä muutoin tulosten analyyseissä jouduttaisiin sovittamaan mittausdata sekä tutkittavan systeemin että lähteen ominaisuusmuotoihin, joka olisi yksinkertaisesti todeten laskentatehon tuhlausta. Koska akustisen herätteen tuottamiseen poikkeuksesta käytetään kaiutinta, on herätteen ominaisuuksien poistaminen mittaustuloksista kohtuullisen suoraviivainen tehtävä. Kaiuttimella on tyypillisesti tarkasteltavalla taajuusalueella (korkeintaan muutamaan sataan hertsiin asti) vain bassovasteen muodon määrittelevät alimmat resonanssit (mukaanlukien mahdollinen sähköinen korjaus). Nämä voidaan määrittellä suoraan akustisella lähikenttämittauksella tai epäsuoraan mittaamalla sähköinen siirtofunktio ja kaiuttimen impedanssikäyttäytyminen, josta taas voidaan laskea bassosuomen akustisen siirtofunktion muoto. Jälkimmäinen menetelmä on hieman työtehiämpi, mutta samalla käytännössä myös täysin riippumaton mittaustilan akustisista häiri-

öistä. Koherenssia kuitenkin rajoittavat pienillä taajuuksilla sekä taustamelu että äänilähteen epälineaarisuus.

5 TULOSTEN ESITTÄMISEN HAASTEET

Kolmiulotteisen, aikariippuvia ilmiöitä kuvaavan mittaus- ja analyysidatan visualisointi on itsessään hyvin haasteellinen ongelma, johon emme tässä puutu yleisemmin. Jonkin verran ongelmaa helpottaa se, että mittauspisteiden määrä pysyy käytännön rajoitusten takia pienenä. Ominaisuutoja on totuttu yleensä esittämään verkotettuina pintoina, ja animaation käyttö on ollut yleinen havainnollistamisen keino jo ensimmäisistä moodianalysiskokeiluista alkaen. Animaation käyttö mahdollistaa sekä eri pisteiden vaihesuhteiden tarkastelun että värähtelyn helpomman hahmottamisen silloin, kun mittauspisteitä on vähän. Tämä menetelmä voidaan helposti yleistää myös rajoitettuun kolmiulotteiseen tapaukseen, esittämällä pisteet päällekkäisinä kerroksina. Tämä esitys, kuten muutkin yksinkertaiset visualisoinnit, on helpompi tulkita, jos mittauspisteistö on säännöllinen, vaikka, kuten edellä totesimme, ei säännöllisyydestä ole itse analyysin kannalta merkittävää etua.



Kuva 2. Esimerkki kolmiulotteisen värähtelyn havainnollistamisesta: $(1, 1, 1)$ -moodi esitettyinä $4 \times 4 \times 3$ ja $9 \times 9 \times 3$ pisteen hilassa; näiden esitysten vertailu tuo esiin ongelman värähtelymuodon hahmottamisessa käytettäessä staattista esitystä harvassa pisteistössä.

LÄHTEET

1. EWINS D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*. Brüel & Kjær/Research Studies Press, Letchworth, 1986.
2. JACOBSEN, FINN, *Lydfeltet i et efterklangsrum*. DTU, Laboratoriet for Akustik, 1994, Note nr. 2203.