

# MOODIANALYYSIN KÄYTTÖ SUBWOOFERIN SIOITTELUN APUNA

**Juha Backman**

Nokia Oyj  
Keilalahdentie 2-4, 02150 ESPOO  
juha.backman@nokia.com

## 1 JOHDANTO

Jotta subwooferilla saavutettaisiin käytännön kuuntelutilanteessa riittävän tasainen vaste koko kuuntelualueella, on kaiutin sijoitettava siten, ettei mitään huoneen yksittäisiä ominaistajuuksia herätetä muita Subwoofereiden sijoitteluun geometrialtaan yksinkertaisissa ja akustisesti riittävän symmetrisissä tiloissa voidaan käyttää tilan mittoihin perustuvia sääntöjä (kauittimien sijoittaminen särmän puoliväliin/kolmannekseen sivusta jne.), mutta käytännön tilojen epäsymmetria helposti muokkaa moodien muotoja siten, että näiden sääntöjen tarkkuus ei ole riittävä.

Moodianalyysi on hyvin tunnettu menetelmä oleellisesti yksi- ja kaksiulotteisten rakenteiden (palkit, kuoret, jne.) tarkastelussa. Kun tarkasteltavaa taajussaluetta rajoitetaan riittävästi, äänentoiston kannalta bassosuureeseen normaalikokoisissa asuinhuoneissa tai tarkkaamoissa, on kuitenkin mahdollista erottaa moodit toisistaan ja saada siten käyttökelpoisia tuloksia.

Käyttämällä moodianalyysia pelkkien taajuusvasteiden sijaan kaiuttimen paikan etsimiseen pystytään määrittelemään tarkemmin syyt havaituille vasteen epäsäännöllisyyksille, ja vaikka mittauspisteitä tarvitaan suurehko määrä (muutamia kymmeniä jotta sekä kaiuttimen sijoittelualue että kuuntelualue katetaan), voidaan kaikki moodien määrittelyyn tehtävät mittaukset kuitenkin tehdä yhdellä äänilähteen sijoituksella, mikä pitää mittauksen työ määrän kohtuullisena. Menetelmän käyttöä havainnollistetaan käytännön mittauksiin perustuvalla esimerkillä.

## 2 HUONEMOODIT

Mooditeoriaa voidaan käyttää tehokkaana analyttisenä työkaluna ainoastaan erityistapauksissa, mutta moodikäsitettä voidaan käyttää sekä huoneakustiikan kvalitatiivisen tarkastelun apukeinona sekä myös huoneakustiikan numeerisen tarkastelun ja huoneen ja äänentoistojärjestelmän numeerisen optimoinnin keinona [1] - [13].

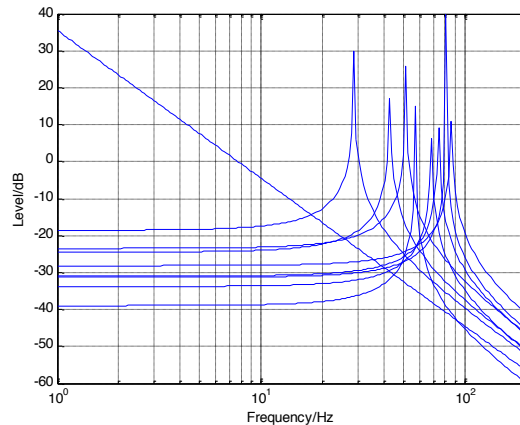
Mooditeorian lähtökohtana on äänipaineen  $p$  epähomogeeninen Helmholtzin yhtälö

$$\nabla^2 p + k^2 p = -i\omega\rho q \quad (1)$$

missä  $k = \omega/c$  on kulma-aaltoluku ja  $q$  (yleisessä tapauksessa mielivaltainen) lähteen tilavuusnopeusjakauma. Yhtälön yleinen ratkaisu on muotoa

$$p(x, y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x, y, z) \frac{A_n}{-\left(\frac{f}{f_n}\right)^2 + \frac{i(f/f_n)}{Q_n} + 1} \quad (2)$$

missä  $f_n$ ,  $A_n$  ja  $Q_n$  ovat  $n$ :nnen moodin taajuus, kompleksinen amplitude ja Q-arvo ja  $\psi_n(x, y, z)$  on moodin paikkajakauman määrittelevä ominaisfunktio. Kokeellisen moodianalyysin tavoitteena on näiden parametrien ja funktioiden määrittäminen.



Kuva 1. Esimerkki suorakulmaisen  $2,5*4*6 \text{ m}^3$  tilan alimpien moodien  $[(0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1), (1,1,1), (2,0,0)]$  amplitudeista taajuuden funktiona  $0,5 \text{ m}$  etäisyydellä rajapinnoista sijaitsevalle vakioilavuuskiihtyvyyshähteelle.

### 3 KOKEELLINEN AKUSTINEN MOODIANALYYSI

Huoneakustisen moodianalyysin käytännön ongelma on tarkasteltavan datan suuri määrä. Vaikka vasteen määrittelevien yhtälöiden (2) muoto on yksinkertainen, kaikkien parametrien samanaikainen optimointi ei ole laskennallisesti tehokasta eikä edes yleisessä tapauksessa mahdollista. Tyypillisessä huonetilassa on noin 10 selvästi erotettavissa olevaa moodia, joista jokaisen kuvaaminen vaatii kaksi globaalia muuttujaa (ominaistaajuus ja Q-arvo), joiden lisäksi on määriteltävä kunkin moodin kompleksinen amplitudi jokaisessa mittauspisteessä. Lisäksi on määriteltävä muutama apumoodi selvästi erotettavien moodien taajuusalueen yläpuolella, jotta moodien summautuminen tapahtuisi oikein. Laskennallista ongelmaa voidaan kuitenkin yksinkertaistaa huomattavasti jakamalla se alitehtäviin, joissa jokaisessa vapausasteiden määrä on kohtuullinen:

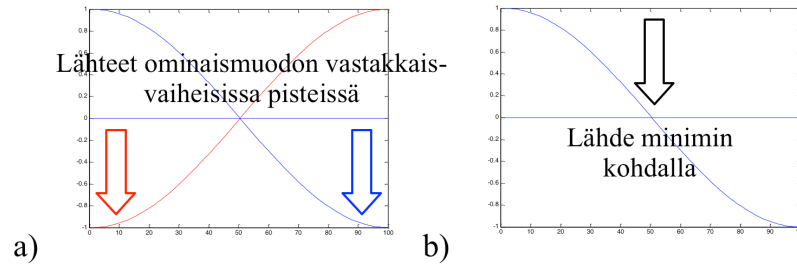
Ominaistaajuudet sekä Q-arvojen ja globaalien keskimääräisten amplitudien arvot määritellään kaikkien mitattujen vasteiden itseisarvojen summasta. Taajuuksien alkuarvot voidaan määrittellä yksinkertaisella hakuprosessilla optimoinnin sijaan, ja Q-arvojen ja amplitudien optimointi on yksinkertaista. Tähän voidaan käyttää heuristista algoritmia, jossa globaalin optimoinnin sijaan edetään ominaistaajuus kerrallaan ja muutetaan ainoastaan tarkasteltavaa taajuutta ja sen lähimpiä taajuuksia vastaavia kertoimia. Jos näin saadut arvot eivät vastaa fysikaalista intuitiota, Q-arvoja voidaan tarkentaa sovittamalla tulos uudelleen käyttäen kompleksista sovitusta pieneen mittauspisteiden osajoukkoon.

### 4 KAIUTTIMIEN SIJAINNIN OPTIMOINTI

Moodien vaikutuksen minimointi perustuu siihen, ettei ole tarpeen ennustaa suoraan vastetta kuuntelualueella, vaan riittää, että kaiuttimien kytkeytyminen merkittävimiksi todettuihin moodeihin pystytään ennustamaan.

Moodien kontrollointi kaiutinsijoituksen avulla voi perustua kahteen peruseriaatteen: moodien vaimentaminen tai moodien kumoaminen. (Moodeja voidaan kontrolloida myös huoneakustisten ratkaisujen avulla [3] [12], mutta näiden mahdollisuuksien

tarkastelu jätettäkään tämän kirjoituksen ulkopuolelle.) Vaimennettaessa moodeja lähde sijoitetaan moodin nollapinnalle (kuva 2b), jossa syöttöpisteen akustinen impedanssi on maksimissaan ja kenttään syötetään minimimäärä energiaa. Kumottaessa moodeja (kuva 2a) lähteet taas pyritään sijoittamaan saman moodin amplitudiltaan yhtä suuriin, mutta vaiheeltaan vastakkaisiin pisteisiin, jolloin lähteiden moodiin syöttämät signaalit kumoavat toisensa. Käytännön suunnittelussa on pystyttävä kontrolloimaan useampia moodeja, jolloin on käytettävä molempia menetelmiä, mutta tällöin yleensä ei pystytä tarkkaan kumoamiseen, vaan on tyydyttävä numeerisen optimoinnin tuloksena saata-vaan kompromissiin.



Kuva 2. Moodien kontrollimenetelmät: a) kumoaminen syöttämällä energiaa vastakkaisvaiheisista pisteistä, b) vaimentaminen sijoittamalla lähde solmupisteeseen.

Molemmat moodien kontrollimenetelmät voidaan esittää moodikytkentäfunktion  $M$  minimointiongelmalla:

$$M = \sum_{\text{moodit}} W_{\text{mode}} \left| \sum_{i=\text{kaiuttimet}} A_{\text{mode}}(\vec{r}_i) \right| \quad (3)$$

missä  $W_{\text{mode}}$  on ei-negatiivinen reaalinen painofunktio jolla voidaan kuvata eri moodien merkitystä kuuntelualueen vasteen ja äänipainejakauman kannalta ja  $A_{\text{mode}}$  on moodin kompleksinen amplitudi  $i$ :nneen kaiuttimen sijoituspaikassa, joka määritellään paikkavektorilla  $r_i$ .

### Optimointi diskreetissä pistejoukossa

Käytännön rajoitukset mahdollistavat usein kaiuttimien sijoittamisen vain tiettyihin ennalta määrättyihin paikkoihin. Tällaisessa tapauksessa optimointi on verraten suoraviivaista. Kun kriittisimmät moodit on tunnistettu analysoimalla äänikenttä kuuntelualueella, lausekkeen (3) mukaisten moodiamplitudisummien määrittely ja niiden minimin valinta vaatii pienehkön määrän laskutoimituksia. Tässä tapauksessa ominaismuotokehittelmien määrittelyyn käytettyjen mittauspisteiden tulisi sisältää kaiuttimien mahdolliset sijoituspaikat.

### Optimointi jatkuvissa avaruuksissa

Laskennallisesti huomattavasti kiinnostavampaa on optimointi tilanteessa, jossa yhden tai useamman kaiuttimen sijainti voi olla jatkuva funktio (yksinkertaisemmin ilmaistuna, kaiutin voidaan sijoittaa suhteellisen vapaasti vaikkapa lattialle [=2-ulotteinen sijaintiavaruus] tai seinustalle [=1-ulotteinen sijaintiavaruus]). Näissä tapauksissa moodiamplitudit on myös pystyttävä määrittelemään jatkuvina paikan funktioina jotka on määriteltävä äärellisestä määrästä mittauksia diskreetissä pistejoukossa.

### Moodiamplitudien interpolointi

Moodikehittelmien tärkeä ominaisuus verrattuna tavallisiin taajuusvastefunktioihin on se, että yksittäisten moodien amplitudit muuttuvat suhteellisen tasaisina paikan funktioina, ja siten interpolointi paikan suhteen on mahdollista. (Interpoloinnissa kom-

pleksiset amplitudifunktiot on esitettävä reaali- ja imaginääriosinaan, ei itseisarvona ja vaihekulmana.)

Yksinkertaisia interpolointimenetelmiä on useita, kuten lineaarinen interpolointi, polynomi-interpolointi tai palapolynomien (kuten splinit) käyttö. On tärkeää, että interpoloitujen funktioiden arvot pysyvät mittausrvojen määrittelemässä rajoissa, ja tämä ehto toteutuu käytettäessä lineaarista interpolaatiota tai sopivasti määriteltyjä splinejä. Splinifunktioiden gradientit käyttäytyvät tasaisemmin, mikä on etu käytettäessä optimointiin gradientialgoritmeja, mutta lineaarinen interpolointi on laskennallisesti tehokkaampaa ja tuottaa suunnilleen samoja tuloksia kuin splinifunktiot kun optimointiin käytetään simplex-algoritmia, joten keskitymme tässä lineaariseen interpolointiin.

Jos optimointi tehdään yhdessä dimensiossa (esimerkiksi huoneen seinustalla), interpolointifunktio on yksinkertainen. Jos lähteen koordinaatti on  $x$  ja se kuuluu väliin  $[x_i, x_{i+1}]$  vierekkäisten mittauspisteiden  $i$  ja  $i + 1$  välissä, ja amplitudit näissä pisteissä ovat  $A_i$  ja  $A_{i+1}$ , niin interpoloitu amplitude on

$$A(x) = A_i + (A_{i+1} - A_i) \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (4)$$

Jos optimointiavaruus on kaksiulotteinen (kaiutin lattialla tai seinällä), interpolointi helppottuu huomattavasti jos mittauspisteet muodostavat suorakulmaisen hilan, jonka ei kuitenkaan tarvitse olla tasavälinen. Jos interpolointipisteen koordinaatit kuuluvat väleille  $[x_i, x_{i+1}]$  ja  $[y_j, y_{j+1}]$ , ja vastaavat amplitudit hilapisteissä ovat  $A_{i,j}$ ,  $A_{i+1,j}$ ,  $A_{i,j+1}$ , and  $A_{i+1,j+1}$ , voidaan ensin määrittellä apumuuttujat

$$A'_1 = A_{i,j} + (A_{i,j+1} - A_{i,j}) \frac{y - y_j}{y_{j+1} - y_j} \quad (5)$$

$$A'_2 = A_{i+1,j} + (A_{i+1,j+1} - A_{i+1,j}) \frac{y - y_j}{y_{j+1} - y_j} \quad (6)$$

Näitä käyttäen voidaan interpoloitu amplitudi  $A(x,y)$  kirjoittaa muotoon

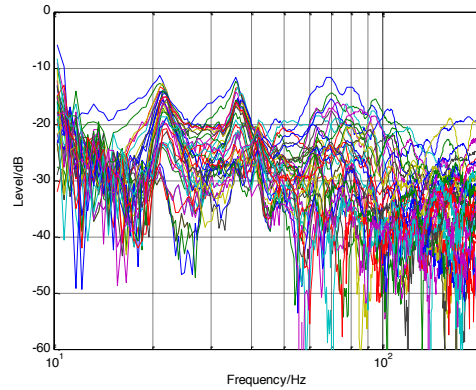
$$A(x,y) = A'_1 + (A'_2 - A'_1) \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (7)$$

Optimointiprosessissa määritellään moodikytketymisfunktion (3) minimiä vastaavat yhden tai useamman kaiuttimen paikat käyttäen näin lausekkeella (7) muodostettuja interpoloituja moodiamplitudien arvoja. Optimointia kannattaa soveltaa vain muutamaan alimpaan ja selvästi erottuvaan moodiin, mihin on sekä akustisia että numeerisia syitä:

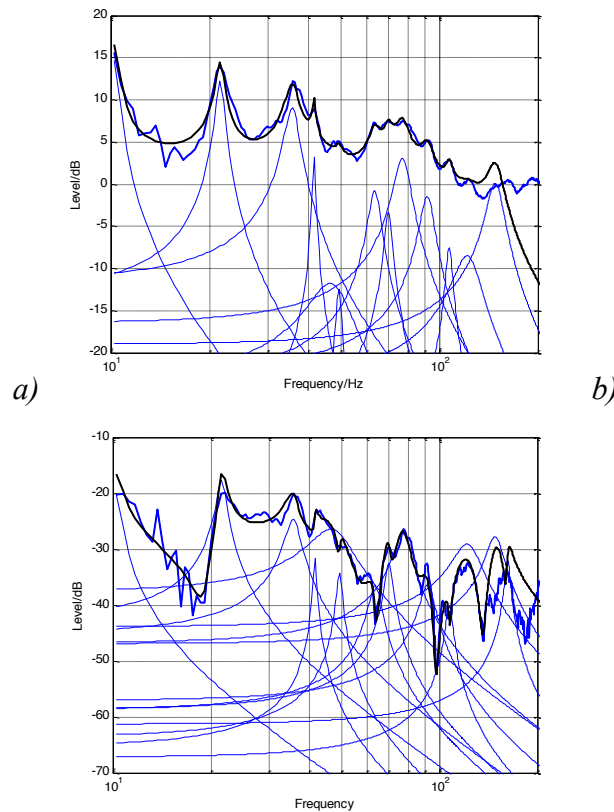
- Moodien määrää kasvatettaessa kytketymisfunktiossa (3) alkaa esiintyä useita paikallisia minimejä, ja selvän globaalin minimin tunnistaminen vaikeutuu.
- Optimisijainnin vaatimukset eri moodeilla eroavat suuresti, joten optimoitavien moodien määrän kasvattaminen voi johtaa käytännössä huonompaan kompromissiin.
- Ainoastaan alimmat erilliset moodit kontrolloivat kenttää yksinään, suuremmilla ominaistajuuksilla kenttään vaikuttaa useampi osittain päällekkäinen moodi, jolloin kontrollointi vaikeutuu.

## 5 ESIMERKKI MOODIANALYYSISTÄ

Käytännön moodianalyysin esimerkkinä tarkastellaan kirjoittajan olohuoneessa 40 pisteessä tehtyjä mittauksia. Moodikehitelmästä havaitaan, että kuuntelualueella suurimman väritymän aiheuttavat 21, 36 ja 47 Hz moodit, joista kahden alimman paikkaja-kaumat on esitetty alla.



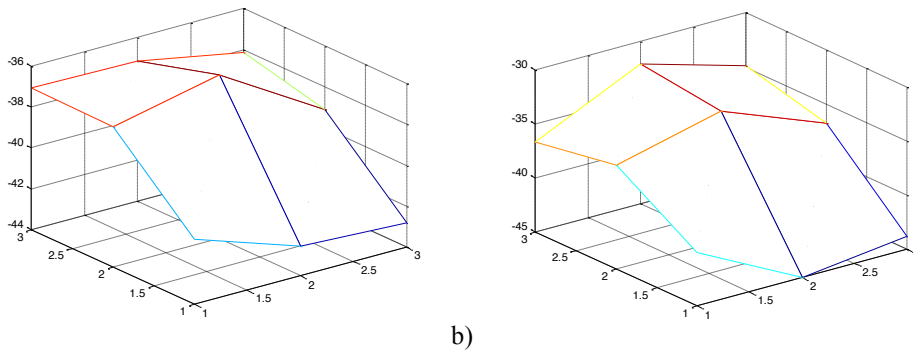
Kuva 3. Lähteen lähikenttämittaukseen normeeratut vastemittaukset tilan eri pisteissä.



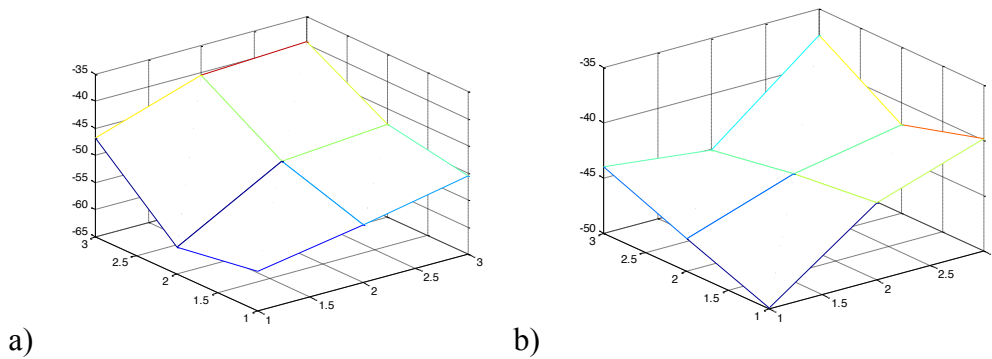
Kuva 4. a) kaikissa pisteissä mitattujen amplitudivasteiden keskiarvo ja siitä laskettu moodien taajuuksien ja  $Q$ -arvojen määrittelyyn käytetty kehitemä ja b) äänikentän moodikehitelmä kuuntelualueen yhdessä pisteessä

## VIITTEET

1. BACKMAN J & REPO R, Kolmiulotteinen ominaisuusanalyysi huoneakustisen suunnittelun apuna. *Akustiikkapäivät 2003*, 6.-7.10.2003, Turku.
2. BACKMAN J: Subwoofers in Rooms: Experimental Modal Analysis. AES 128th Convention, May 2010, Preprint 7970
3. BACKMAN J: Subwoofers in Rooms: Effect of Absorptive and Resonant Room Structures. AES 127th Convention, 9.-12.10.2009, New York



Kuva 5. 21.49 Hz (a) ja 35.65 Hz (b) moodien paikkajakauma kuuntelualueella (dB-asteikko)



Kuva 6. 21.49 Hz (a) ja 35.65 Hz (b) moodien paikkajakauma tilan takaseinällä (dB-asteikko)

4. WALKER R, Low-Frequency Room Responses: Part 1 - Background and qualitative considerations. *BBC Research Department Report BBC RD 1992/8*, BBC, Lontoo, 1992
5. WALKER R, Low-Frequency Room Responses: Part 2 - Calculation methods and experimental results. *BBC Research Department Report BBC RD 1992/8*, BBC, Lontoo, 1992.
6. NIETER J J & SINGH R, Acoustic modal analysis experiment. *J Acoust Soc Am* 72(1982) 319-326
7. BULLOCK J, A Theoretical Look at Subwoofers. *AES 87th Convention*, Preprint 2861, 18-21.10., 1989, New York
8. BACKMAN J, Subwoofers in Symmetrical and Asymmetrical Rooms. *AES 126th Convention* 7.-10.5.2009, München
9. PIERCE A, *Acoustics*, McGraw-Hill Book Company, 1981, ss. 284-291.
10. KUTTRUFF H, *Room Acoustics*, 3rd ed., Elsevier Applied Science, London, New York, 1991 ss. 54-59.
11. MORSE P, INGARD K, *Theoretical Acoustics*. McGraw-Hill, New York, 1968, ss. 554-559.
12. Cremer, Lothar; Müller, Helmut A.; Schultz, Theodore A. (käännös): *Principles and Applications of Room Acoustics, Vol. 2*, Applied Science Publishers, London, New York, 1982, ss. 362-365.
13. Welti, Todd; Investigation of Bonello Criteria for Use in Small Room Acoustics *AES 127th Convention*, Preprint 7849, 9.-12.10.2009, New York