

# KERROSRAKENTEISTEN ABSORBENTTIEN ABSORPTIOSUHTEN LASKENTAMENETELMÄ

Seppo Uosukainen, Ari Saarinen

VTT, Äänenhallintajärjestelmät

PL 1000, 02044 VTT

[Seppo.Uosukainen@vtt.fi](mailto:Seppo.Uosukainen@vtt.fi), [Ari.Saarinen@vtt.fi](mailto:Ari.Saarinen@vtt.fi)

## 1 JOHDANTO

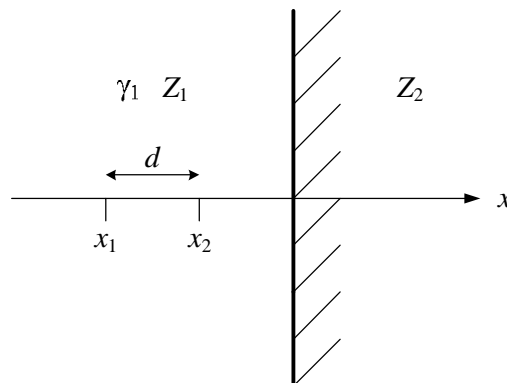
Esityksessä tarkastellaan kerrosrakenteisten absorbenttien absorptiosuhteen laskentamenetelmiä lähinnä taajuustason laskennan kannalta. Peruslähtökohtina esitetään siirtojohtoyhtälöt, ketjumatriisit sekä kerrosrakenteen akustisen ominaisimpedanssin laskennan perusteet siirtojohtoyhtälöihin suoraan perustuvalla menetelmällä ja ketjumatriiseihin perustuvalla menetelmällä. Äänen absorptioon liittyvien taajuustason malleina esitellään empiirinen Delanyn ja Bazleyn malli sekä kolme fenomenologista mallia, joita ovat jäykkä runko –mallit (Johnsonin malli ja Allardin malli) ja Biotin malli. Erityisesti esitellään VTT:llä vuosien saatossa ja ABSMAT-hankkeessa osaprojektissa “Optimoidut absorptiomateriaalit ja –rakenteet” [1] edelleen kehitetty kerrosrakenteisten absorbenttien laskentaohjelma. Ohjelmaa on hyödynnetty absorboivien rakenteiden laskennallisessa optimoinnissa [2] sekä tuottamalla akustisten tilojen mallinnukseen käytettäville FEM-perustaisille laskentaohjelmille soveltuvia absorboivien pintojen kompleksisia impedanssireunaehtoja [3]. Jälkimmäinen sovellustapa tuo uusia mahdollisuuksia tilojen äänikentän laskentatarkkuuteen FEM-ohjelmille, koska useimmiten absorbenttia ja tilaa ei voida mallintaa tarkasti samanaikaisesti rakenteiden monimutkaisuuden ja tästä helposti johtuvan numeerisen laskentakuorman johdosta.

## 2 SIIRTOJOHTOYHTÄLÖT

Tarkastellaan kuvan 1 mukaista tilannetta, missä vasemmalta tuleva tasoalto etenee  $x$ -akselin suuntaisesti kohtisuoraan rajapinnalle  $x = 0$ , missä väliaine muuttuu toiseksi. Alueessa  $x < 0$  olevan väliaineen karakteristinen impedanssi on  $Z_1$  ja alueessa  $x > 0$  olevan  $Z_2$ . Ääniaallon kompleksinen etenemiskerroin väliaineessa 1 on  $\gamma_1$  ja vastaava kompleksinen aaltoluku on  $k_1$

$$\gamma_1 = \alpha_1 + j\beta_1 = jk_1 = j(k_{1r} + jk_{1i}) = jk_{1r} - k_{1i}, \quad (1)$$

missä  $\alpha_1$  ( $-k_{1i}$ ) on vaimennuskerroin,  $\beta_1$  ( $=k_{1r}$ ) on varsinainen etenemiskerroin sekä  $k_{1r}$  ja  $k_{1i}$  ovat aaltoluvun reaali- ja imaginääriosat.



Kuva 1. Kahden väliaineen rajapinta.

Oletetaan, että väliaineessa 1 tasolla  $x = x_2$  vallitsevasta äänikentästä tunnetaan äänenpaine  $p(x_2) = p_2$  ja hiukkasnopeus  $u(x_2) = u_2$ . Tällöin siirtojohtoyhtälöiden nojalla väliaineessa 1 tasolla  $x = x_1$  vallitseva äänenpaine  $p(x_1) = p_1$  ja hiukkasnopeus  $u(x_1) = u_1$  ovat

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \cosh(\gamma_1 d) + Z_1 u_2 \sinh(\gamma_1 d) \\ u_1 &= \frac{p_2}{Z_1} \sinh(\gamma_1 d) + u_2 \cosh(\gamma_1 d), \end{aligned} \quad (2)$$

missä  $d = x_2 - x_1$ . Kun taso 2 on rajapinnalla  $x_2 = 0$ , niin väliaineen 2 karakteristinen impedanssi sitoo äänenpaineen ja hiukkasnopeuden toisiinsa yhteydellä  $p_2 = Z_2 u_2$ . Tällöin äänenpaineen ja hiukkasnopeuden suhde tasolla 1 voidaan esittää muodossa

$$Z_d = \frac{p_1}{u_1} = Z_1 \frac{Z_2 + Z_1 \tanh(\gamma_1 d)}{Z_1 + Z_2 \tanh(\gamma_1 d)}. \quad (3)$$

Kaava (3) antaa äänikentän akustisen ominaisimpedanssin (= vallitsevan äänikentän äänenpaineen ja hiukkasnopeuden suhteen) etäisyydellä  $d$  kuormitusimpedanssista  $Z_2$ , joka tässä tapauksessa on väliaineen 2 karakteristinen impedanssi.

Kun ääni tulee kulmassa  $\theta_1$  rajapinnan normaaliin nähden, niin kaava (3) pätee, kun impedanssit jaetaan etenemiskulman kosinilla.

### 3 KETJUMATRIISIT

Ketjumatriisiesityksessä yhtälöryhmä (2) korvataan matriisiesityksellä

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} p_2 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

missä ketjumatriisi  $\mathbf{K}$  koostuu siirtovakioista

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_1 d) & Z_1 \sinh(\gamma_1 d) \\ \frac{1}{Z_1} \sinh(\gamma_1 d) & \cosh(\gamma_1 d) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Äänikentän akustinen ominaisimpedanssi etäisyydellä  $d$  väliaineesta 2 ketjumatriisiesitykseen pohjautuen on tällöin yhtälöä (3) vastaavasti

$$Z_d = \frac{T_{11} Z_2 + T_{12}}{T_{21} Z_2 + T_{22}}. \quad (6)$$

Monikerrosrakenteen kokonaisketjumatriisi saadaan kertomalla yksittäisten kerrosten ketjumatriisit keskenään.

### 4 KERROSRAKENTEEN AKUSTINEN OMINAISIMPEDANSSI

Tarkastellaan kerroksellista rakennetta, jonka kerrosten paksuudet takimmaisesta alkaen ovat  $d_1, d_2, \dots$  sekä kerros materiaalien karakteristiset impedanssit ja kompleksiset etenemiskertoimet takimmaisesta alkaen ovat  $Z_1, Z_2, \dots$  ja  $\gamma_1, \gamma_2, \dots$

Rakenteen etupinnalta näkyvä akustinen ominaisimpedanssi voidaan laskea siirtojohtoyhtälöihin perustuen seuraavasti:

- määritetään rakenteen takana näkyvä kuormitusimpedanssi
- lasketaan alimmaisen kerroksen edessä näkyvä akustinen ominaisimpedanssi kaavasta (3) laittamalla rakenteen takana näkyvä kuormitusimpedanssi suureeksi  $Z_2$  sekä alimmaisen kerroksen karakteristinen impedanssi  $Z_1$  ja etenemiskerroin  $\gamma_1$  suureiksi  $Z_1$  ja  $\gamma_1$  ko. kaavassa
- lasketaan kerroksen 2 edessä näkyvä akustinen ominaisimpedanssi edelleen kaavasta (3) laittamalla äsken laskettu impedanssi kuormitusimpedanssiksi  $Z_2$  sekä kerroksen 2 karakteristinen impedanssi  $Z_2$  ja etenemiskerroin  $\gamma_2$  suureiksi  $Z_1$  ja  $\gamma_1$  ko. kaavassa
- edetään samalla tavoin kerros kerrokselta, kunnes päästään päällimmäisen kerroksen etupinnalle.

Kun kerrosrakenne sisältää reikälevyjä, akustinen ominaisimpedanssi lasketaan edellä mainitulla tavalla reikälevyn takapinnalle, lisätään siihen reikälevyyn liittyvä keskitetty impedanssi laskettuna esimerkiksi Maan [4] mukaisesti ja jatketaan esitettyä proseduuria kohti kerrosrakenteen etureunaa.

Rakenteen etupinnalta näkyvä akustinen ominaisimpedanssi voidaan laskea ketjumatriiseihin perustuen seuraavasti:

- lasketaan kunkin kerroksen ketjumatriisi yhtälön (5) nojalla laittamalla etenemiskertoimeksi ja karakteristiseksi impedanssiksi ko. kerroksen vastaavat suureet ja parametrikiksi  $d$  ko. kerroksen paksuus
- kerrotaan kerrosten ketjumatriisit keskenään päällimmäisen kerroksen matriisi ensimmäisenä ja alimmaisen viimeisenä, jolloin saadaan koko rakenteen ketjumatriisi
- määritetään rakenteen takana näkyvä kuormitusimpedanssi sekä sijoitetaan se lausekkeeseen (6) suureeksi  $Z_2$  ja siirtovakioiksi koko rakenteen siirtovakiot, jolloin saadaan rakenteen etureunasta näkyvä akustinen ominaisimpedanssi.

Kun kerrosrakenne sisältää reikälevyjä, niitä vastaavat ketjumatriisit saadaan lausekkeesta

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

missä reikälevyyn liittyvä keskitetty impedanssi  $Z_p$  voidaan laskea Maan [4] esityksen perusteella. Ko. matriisit sijoitetaan yllä esitettyyn kertolaskuun niitä vastaaviin kohtiin.

## 5 ABSORPTIOSUHDE

Kun rakenteen etureunasta näkyvä akustinen ominaisimpedanssi  $Z_L$  on laskettu, etureunan heijastuskerroin  $R$  äänenpaineelle ja edelleen absorptiosuhde  $\alpha$  saadaan lausekkeista

$$R = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}, \quad \alpha = 1 - |R|^2, \quad (8)$$

missä  $Z_0$  on etureunan edessä olevan väliaineen (ilman) karakteristinen impedanssi.

## 6 ÄÄNEN ABSORPTIOON LIITTYVIÄ MALLEJA

Fluidin täyttämä elastinen huokoinen materiaali voi siirtää vibroakustista energiaa ilmaäänenä ja runkoäänenä. Tällöin ääniaalto etenee materiaalihuokosten sisältämän fluidin ja jännitysaallot materiaalin kiinteän kehysrakenteen välityksellä. Useimmissa vibroakustisissa sovelluksissa käytetyissä huokoisissa materiaaleissa nämä aallot kytkeytyvät toisiinsa.

Delanyn ja Bazleyn empiirinen malli tarvitsee vain yhden huokoisen materiaalin toimivuutta kuvaavan parametrin, ominaisvirtausvastuksen  $\sigma$ . Suure on määritettävissä kohtalaisen yksinkertaisella mittausjärjestelyllä. Mallin mukaan huokoisen materiaalin karakteristinen impedanssi ja kompleksinen etenemiskerroin saadaan viitteen [5] kaavoista. Mechel on korjannut ko. esitystä toimimaan paremmin pienillä taajuuksilla [6]. Malli pätee ainoastaan hyvin huokoisilla materiaaleilla ja antaa epärealistisia absorptiosuhteen arvoja mikäli taajuus on hyvin pieni tai suuri.

Fenomenologisilla malleilla on pyritty sisältämään olennaiset fysikaaliset ilmiöt, jotka kuvaavat äänen etenemistä materiaalissa. Fenomenologiset mallit perustuvat yksinkertaisten vakio-  
muotoisten materiaalihuokosten mikrorakennemalleihin, joiden pohjalta määritettyjä globaaleja parametreja (esim. ominaisvirtausvastus, huokoisuus, tortuositeetti) ja ns. muotokertoimia sovelletaan monimutkaisempiin geometrioihin.

Seuraavassa fenomenologiset mallit jaetaan jäykkä runko –malleihin ja malleihin, joissa otetaan huomioon myös absorptiomateriaalin elastiset ominaisuudet. Jäykkä runko –malleissa (rigid frame), joita ovat mm. Johnsonin malli ja Allardin malli, huokoisen materiaalin kuidut oletetaan liikkumattomiksi ja vain kuitujen välissä oleva ilma oletetaan liikkuvaksi. Absorptiomateriaalin elastiset ominaisuudet huomioonottaviin malleihin (elastic frame) lukeutuu Biotin malli. Jäykkä runko –malli toimii hyvin esimerkiksi metallivaahtojen yhteydessä, pehmeä runko –malli on parempi esimerkiksi pehmeiden kuitumateriaalin yhteydessä ja esimerkiksi polymeeripohjaiset tuotteet mallintuvat parhaiten täydellä kehysrakenteen huomioonottamisella [7]. Esitettyjen mallien nimille löytyy poikkeavia vaihtoehtoja. Lisäksi esitetyistä malleista löytyy yksinkertaistettuja versioita, ks. esim. viite [8].

Fenomenologisissa malleissa globaaleina perusparametreina tarvitaan ominaisvirtausvastuksen lisäksi huokoisuus  $\phi$  ja tortuositeetti  $\alpha$ . Ääntä absorboivien vaahtojen huokoisuus on tyypillisesti  $\phi > 0.9$ . Tortuositeetti kuvaa sitä, kuinka ääni joutuu mutkittelemaan materiaalin huokosissa ja se riippuu huokosten muodosta. Dynaaminen tortuositeetti  $\alpha$  ei ole puhdas geometrinen suure, vaan riippuu myös taajuudesta [8]. Tätä käytettäessä määritellään suure  $\alpha_\infty$ , jossa alaindeksi ääretön viittaa siihen, että parametri on raja-arvo, kun taajuus lähenee ääretöntä. Kyseistä geometrasta vakiosuuretta kutsutaan yleisesti tortuositeetiksi. Tortuositeetti on aina suurempi tai yhtä suuri kuin yksi; ykkönen vastaa tilannetta, jossa ääni ei joudu lainkaan mutkittelemaan. Huokoisilla materiaaleilla tortuositeetti on tyypillisesti välillä 1 ... 2. Tortuositeetti ja huokoisuus on mitattavissa akustisella mittauksella [9]. Saman mittauksen perusteella on määritettävissä Johnsonin mallissa tarvittavat geometriset suureet ekvivalenttinen viskoottinen pituus  $\Lambda$  ja ekvivalenttinen terminen pituus  $\Lambda'$ . Biotin mallissa tarvitaan edellisten lisäksi absorptiomateriaalin kuiturakenteen elastiset parametrit (kimmokerroin, liukukerroin, tiheys, Poissonin vakio).

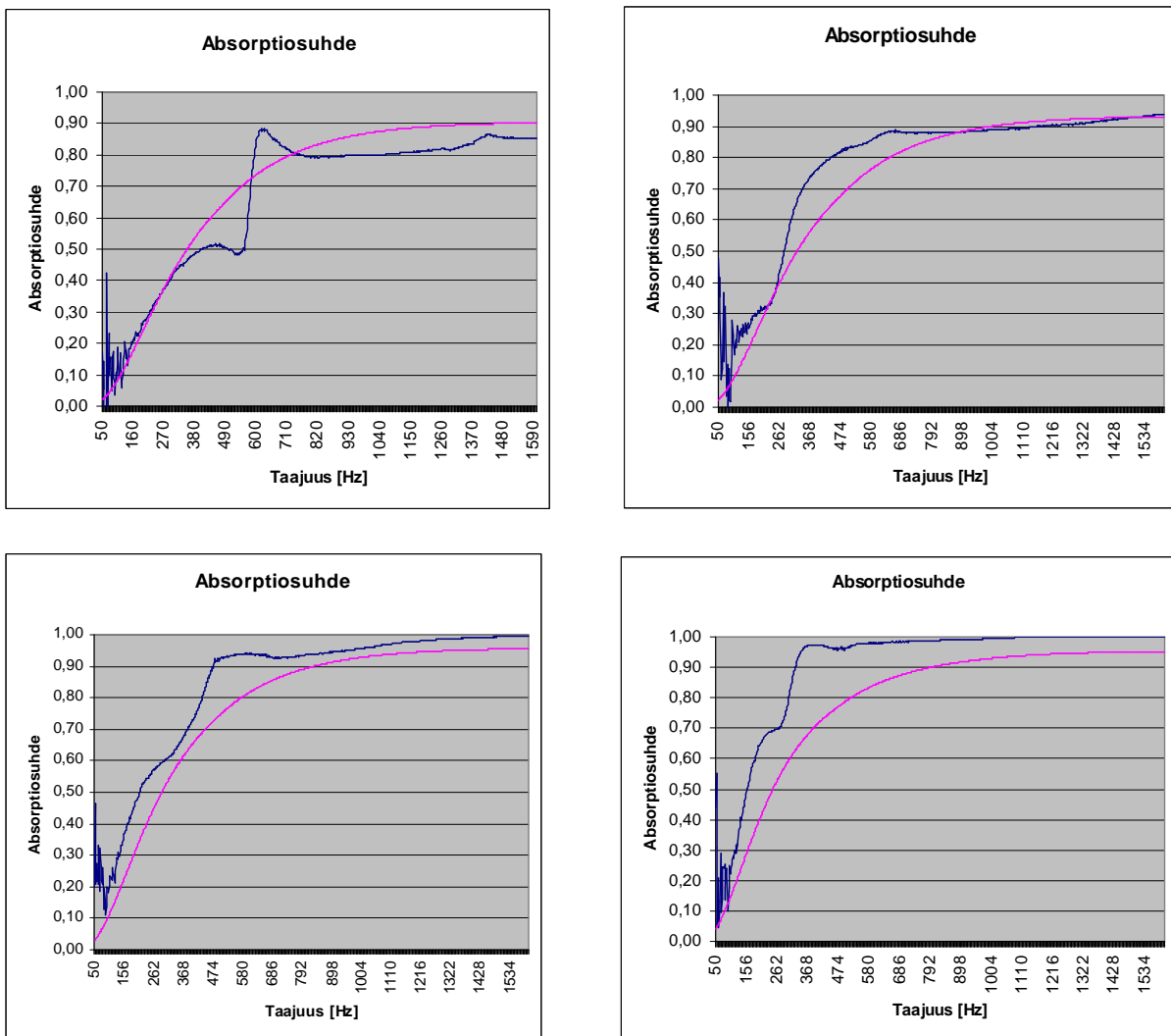
Fenomenologisissa ekvivalenttisen fluidin malleissa huokoisen materiaalin karakteristinen impedanssi  $Z$  ja kompleksinen aaltoluku  $k$  lasketaan rakenteen efektiivisen tiheyden  $\rho$  ja efektiivisen kimmokertoimen  $K$  avulla kaavoista

$$Z = \sqrt{K\rho}, \quad k = \omega\sqrt{\frac{\rho}{K}} \quad (9)$$

Efekttiivisen tiheys ja kimmokerroin saadaan esitettyjen parametrien avulla ja niiden lausekkeet esitellyille malleille löytyvät esimerkiksi viitteestä [8].

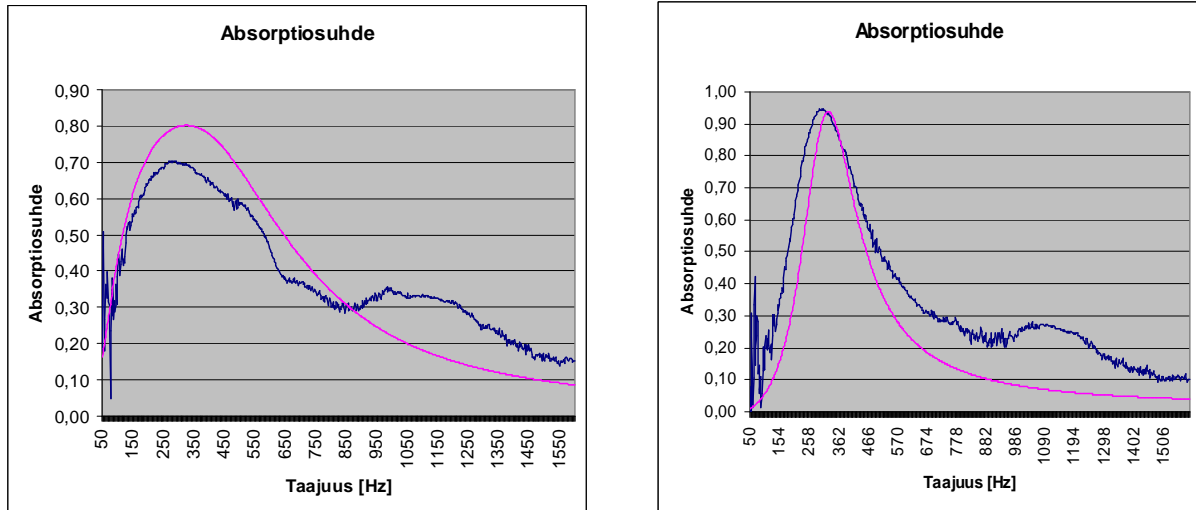
## 7 VTT:LLÄ KEHITETTY MALLI

VTT:llä on kehitetty kerrosrakenteisten absorbenttien laskentaohjelma, jonka peruslähtökohdanna on siirtojohtoyhtälöihin suoraan perustuva menetelmä. Huokoisen materiaalin absorptio mallinnetaan siinä joko Delanyn ja Bazleyn mallilla tai Allardin mallilla. Reikälevyt (myös mikroreikäiset) on siinä myös mallinnettuina. Normaalin tasoaaltoherätteen sijaan voidaan käyttää myös palloaaltoherätettä, josta on etua erityisesti suurilla tulokulmilla (etupinnan normaaliin nähden). Ohjelma sisältää nykyisellään 35 aliohjelmaa ja noin 4330 riviä ohjelma-koodia. Jatkossa ohjelmaan on tarkoitus sisällyttää myös Biotin malli absorption laskentaan.



Kuva 2. 50 mm paksu villa, ominaisvirtausvastus  $34300 \text{ Ns/m}^4$  (Isover Akusto KVL-M-50), mitattu (sininen) ja laskettu (violetti) absorptiosuhde, tulokulma kohtisuora (vasen ylempi),  $30^\circ$  (oikea ylempi),  $45^\circ$  (vasen alempi) ja  $60^\circ$  (oikea alempi) [3].

Kuvissa 2 ja 3 on esitetty ohjelmalla laskettuja tuloksia ja verrattu niitä mittaustuloksiin muutamilla rakenteilla. Laskennassa on käytetty Delanyn ja Bazleyn mallia absorptiolle ja tasoaaltoherätettä. Kuvista nähdään, että laskentatulokset kuvaavat hyvin absorptiosuhteen käyttäytymistä taajuuden funktiona, joskin se aliestimoi sitä tulokulman kasvaessa.



Kuva 3. Mitattu (sininen) ja laskettu (violetti) absorptiosuhde, tulokulma diffuusi. Rakenne, vasen kuva: reikälevy – mineraalivilla – vaahtomuovi – 40 mm ilmaväli, oikea kuva: reikälevy – vaahtomuovi – 40 mm ilmaväli. Reikälevy: 6 mm lastulevy, perforaatioaste 2.28 %, reikien halkaisija 2 mm; mineraalivilla: kuten kuvassa 2; vaahtomuovi: 28 mm, ominaisvirtausvastus  $4000 \text{ Ns/m}^4$  (Superlon E27PS). [3]

## VIITTEET

1. SAARINEN A, UOSUKAINEN S, NYKÄNEN H, ANTILA M, LINDROOS T, UOTILA T, SIPONEN D & LANKILA A, Kehittyvät absorptiomateriaalit. VTT-R-11314-08, 104 s.
2. SIPONEN D, UOSUKAINEN S & SAARINEN A, Optimizing broad-band passive absorbing structures for specified applications. *Euronoise 2006*, 30.5.-1.6.2006, Tampere, SS15 – 430.
3. SAARINEN A & UOSUKAINEN S, Kuormaaajan ohjaamon äänikentän mallinnus kytkeillä menetelmällä. *Akustiikkapäivät 2009*, 14.-15.5.2009, Vaasa.
4. MAA D-Y, Microperforated-panel wideband absorbers. *Noise Control Eng J* **29**(1987)3, 77–84.
5. DELANY M E & BAZLEY E N, Acoustical characteristics of fibrous absorbent materials. *Appl Ac* **3**(1970), 105–116.
6. MECHEL F P, Ausweitung der Absorberformel von Delany und Bazley zu tiefen Frequenzen. *Acustica* **35**(1976), 210–213.
7. PANNETON R, Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media. *J Acoust Soc Am* **122**(2007)6, EL217–EL222.
8. ALLARD J F, *Propagation of sound in porous media – modelling sound absorbing materials*. Elsevier Applied Science, London 1993.
9. UMNOVA O, ATTENBOROUGH K, SHIN H-C & CUMMINGS A, Deduction of tortuosity and porosity from acoustic reflection and transmission measurements on thick samples of rigid-porous materials. *Appl Ac* **66**(2005)6, 607–624.