REUNAEHTOJEN TOTEUTUSTAPOJA AALTOJOHTOVERKOSSA

Antti Kelloniemi, Lauri Savioja

Teknillinen Korkeakoulu
Tietoliikenneohjelmistojen ja multimedian laboratorio
PL 5400, 02015 TKK
antti.kelloniemi@hut.fi, lauri.savioja@hut.fi

1 JOHDANTO

Aaltojohtoverkko (digital waveguide mesh) [1] on yksiulotteisessa soitinmallinnuksessa jo aiemmin käytetyn aaltojohtotekniikan [2] laajennus useampaan ulottuvuuteen. Aaltojohtoverkon etuna geometrisiin huoneakustiikan malleihin nähden on äänen aaltoluonteesta johtuvien seikkojen kuten diffraktion ja interferenssin automaattinen sisältyminen malliin.

Aiemmilla Akustiikkapäivillä aaltojohtoverkon toimintaa on esitelty äänen ilmassa etenemisen osalta [3, 4]. Aaltojohtoverkon puutteeksi on havaittu suuntariippuva dispersio, jonka määrä on kyetty minimoimaan interpoloitua verkkoa ja taajuusvarppaukseksi kutsuttua jälkikäsittelytekniikkaa hyödyntämällä [5]. Sen sijaan reunaehtojen toteuttaminen on todettu ongelmalliseksi. Vain rajapinnat, joiden heijastuskerroin $r = -1$ osataan mallintaa tarkasti, joskin myös reunaehdon $r = 1$ approksimaatio on käytännössä riittävän hyvä [6]. Suurimpana ongelmana on ollut täysin heijastamattoman seinän toteuttaminen. Uuden Taylorin sarjakehitelmään perustuvan tavan reunaehdon $r = 0$ approksimointiin ovat esittäneet Murphy ja Mullen [7]. Tässä artikkelissa arvioidaan sen toimivuutta heijastuskulman ja taajuuden funktiona. Uutena tuloksena esitetään vapaavalintaisen heijastukertoimen toteuttaminen täysin heijastavan ja täysin heijastamattoman seinän lineaarikombinaationa.

2 RAJAPINNAN HEIJASTUSKERROIN AALTOJOHTOVERKOSSA

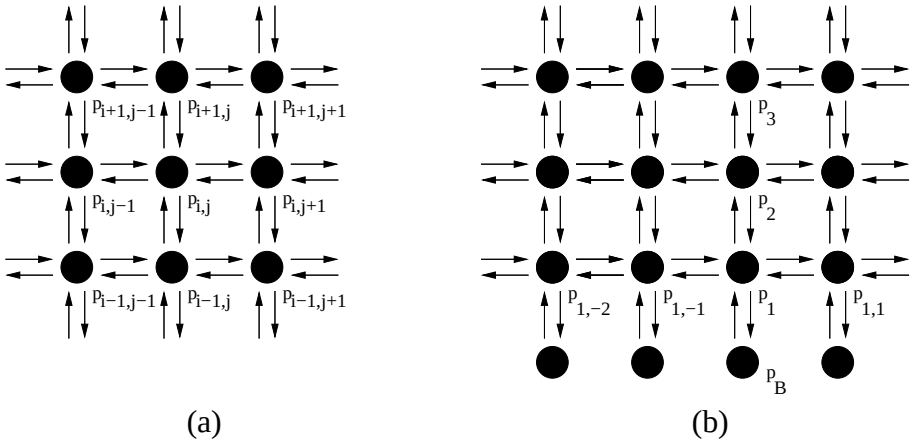
Aaltojohtoverkko on tutkitussa tapauksessa muodostettu kaksiulotteisesta neliömatriisista. Äänenpaineen arvo kussakin solmukohdassa lasketaan interpoloimattomassa tapauksessa neljän vertikaalisesti ja horisontaalisesti suorilla linjoilla sijaitsevan naapurisolmun edellisistä arvoista ja arvosta, joka solmukohdalla itsellään oli kaksi ajanhetkeä aikaisemmin. Kuvan 1(a) mukaisin indeksimerkinnöin solmun $p_{i,j}$ päivitysyhtälö ajanhetkellä t on

$$p_{i,j}(t) = \frac{1}{2}[p_{i-1,j}(t-1) + p_{i+1,j}(t-1) + p_{i,j-1}(t-1) + p_{i,j+1}(t-1)] - p_{i,j}(t-2). \quad (1)$$

Tasaisempi nopeuden suuntajakauma saavutetaan interpoloidulla verkolla, jossa solmun arvo lasketaan myös kulmittaisten naapureiden ja alkion itsensä edellisistä arvoista,

$$\begin{aligned} p_{i,j}(t) = \tfrac{1}{4}[&h_a \cdot (p_{i-1,j}(t-1) + p_{i+1,j}(t-1) + p_{i,j-1}(t-1) + p_{i,j+1}(t-1)) \\ &+h_d \cdot (p_{i-1,j-1}(t-1) + p_{i+1,j+1}(t-1) + p_{i-1,j+1}(t-1) + p_{i+1,j-1}(t-1)) \\ &+h_c \cdot p_{i,j}(t-1)] - p_{i,j}(t-2), \end{aligned} \quad (2)$$

missä h_a, h_d ja h_c ovat suuntien optimoidut painotuskertoimet [8].



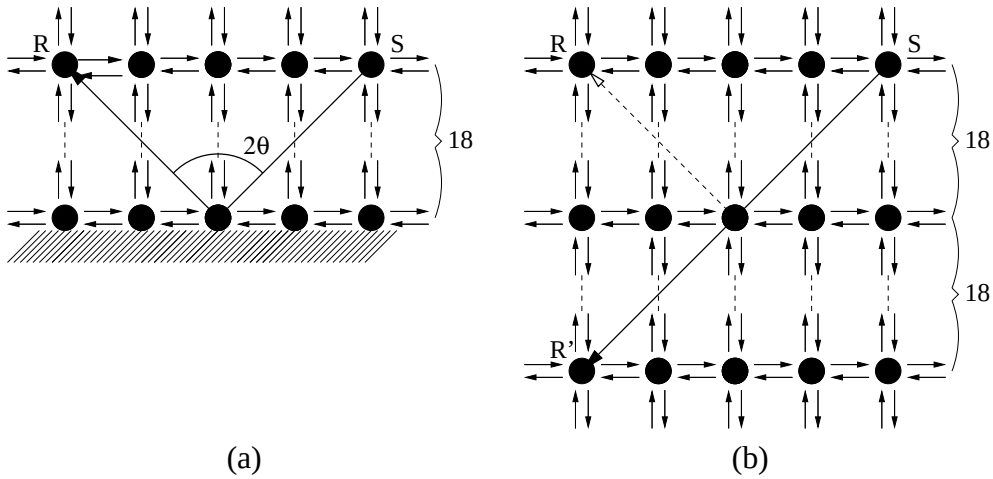
Kuva 1: Yksityiskohdat (a) interpoloimattomasta aaltojohtoverkosta ja (b) verkon laidasta.

Heijastuskertoimien suuntariippuvuuden testaamiseksi luotiin kaksi verkkoa, joista toisessa simuloitiin ääniaallon heijastumista rajapinnasta (kuva 2(a)) ja toisessa mitattiin referenssin muodostamiseksi vastaavan matkan esteettä kulkeneen signaalin taso (kuva 2(b)). Ensimmäisen verkon reunalta heijastunut signaali vastaanotettiin lähetyspisteen kanssa linjassa olevissa pisteissä. Vastaanotetusta signaalista vähennettiin suoraa tietä lähteestä vastaanottimelle edennyt signaali ja heijastuneen signaalin tasoa verrattiin toisessa verkossa vastaanotetun signaalin tasoon. Verkkojen muut seinät olivat niin kaukana, etteivät niistä syntyneet heijastukset ehtineet vastaanottimille simulointiaikana. Signaalin jälkimmäinen puolisko ikkunoitiin puolikkaalla Hanning-funktiolla katkaisuvirheen välttämiseksi reunaehdon taajuusvasteen laskennassa.

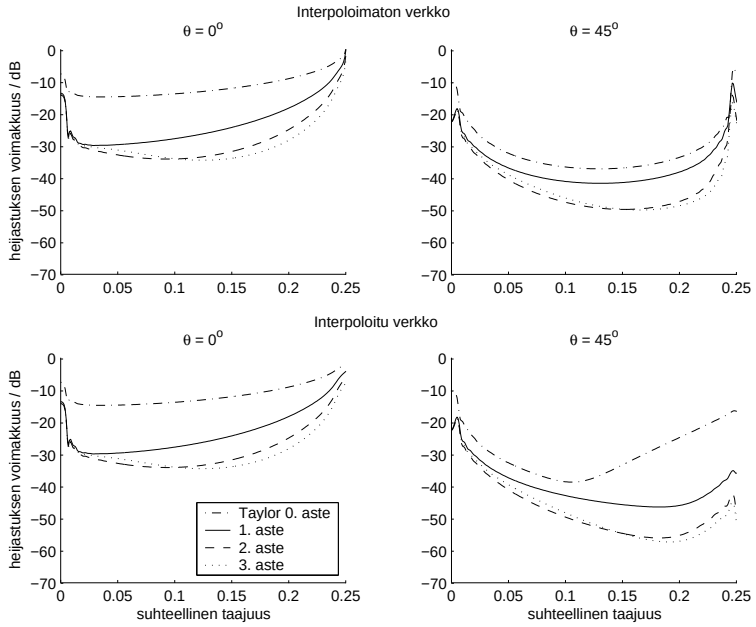
2.1 Heijastava seinä

Äänenpaine seinäpinnan lähellä on sitä kohti etenevän ääniaallon paineen ja heijastuneen aallon paineen summa. Aaltojohtoverkossa esitettynä paikallinen paine ajanhetkellä t on

$$p_B(t) = (1 + r) \cdot p_1(t - 1) - r \cdot p_B(t - 2), \tag{3}$$



Kuva 2: Heijastuksen tarkastelussa käytetyt koejärjestelyt: (a) lähetyspisteestä S kuuntelupisteeseen R reunaheijastuksen kautta kulkeneen signaalin tasoa verrattiin (b) saman matkan esteettä lähteestä S pisteeseen R' kulkeneen signaalin tasoon eri kulmilla Θ.



Kuva 3: Heijastukset 0. – 4. asteen Taylor-sarjakehitelmällä toteutetuista absorboivista rajapinnoista interpoloimattomassa ja interpoloidussa aaltojohtoverkossa kohtisuoralla ja viistolla kulmalla.

missä alaindeksi B viittaa reunassa olevaan verkon solmuun ja 1 reunaan nähden kohtisuorasti sen vieressä olevaan solmuun kuten kuvassa 1(b).

Verkon lopettaminen nolla-arvoihin saa aikaan ainoan tarkasti mallinnettavissa olevan heijastuskertoimen $r = -1$. Kovan seinän malli saatiin toteutettua hyvällä tarkkuudella käyttäen yhtälöä 3 arvolla $r = 1$ [6],

$$p_{B,r=1}(t) = 2 \cdot p_1(t-1) - p_B(t-2). \tag{4}$$

2.2 Heijastamaton seinä

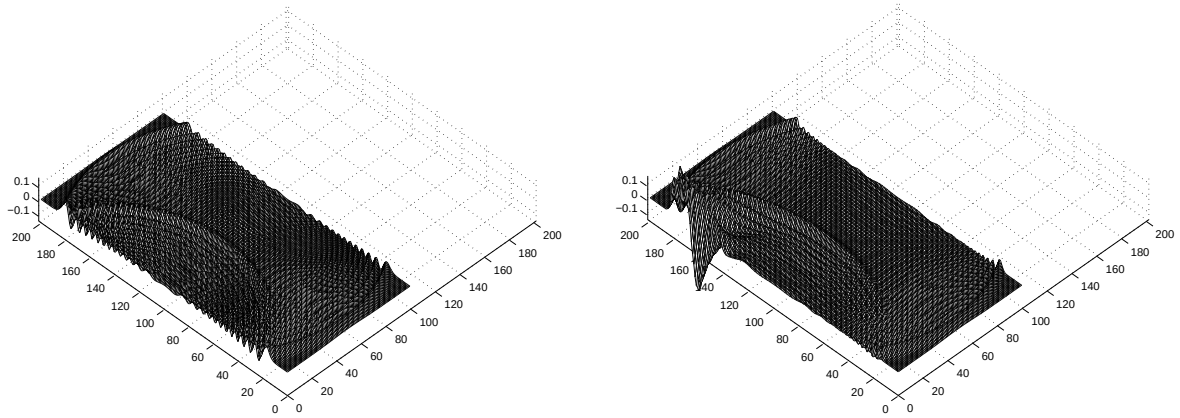
Heijastamattoman seinän simulointi aaltojohtoverkkoa käyttäen on osoittautunut haastavaksi tehtäväksi. Jotta heijastuskerroin saataisiin lähelle nollaa, täytyy luoda approksimaatio äärettömään tilaan etenevän paineaallon käyttäytymisestä.

Yksinkertainen heijastamattoman seinän malli saadaan yhtälöstä (3), joka saa arvolla $r = 0$ muodon

$$p_{B,r=0}(t) = p_1(t-1). \tag{5}$$

Näin määritelty rajapinta ei kuitenkaan absorboi aaltoa läheskään täydellisesti, sillä malli perustuu oletukselle reunan kohdalla yksiulotteisesti etenevästä aallosta. Virhettä syntyy aallon etenemisnopeuden muutoksesta sekä huomiotta jätetyistä paineaallon etenemissuunnasta ja geometrisesta vaimennuksesta. Paineen laskennan ulottaminen vain yhden aika-askeleen päähän ei ilmeisesti riitä hyvän approksimaation tekemiseen.

Kehittyneemmän, joskin edelleen aaltoyhtälön yksiulotteiselle approksimaatiolle perustuvan reunaehdon ovat esittäneet Murphy ja Mullen, jotka ehdottavat ratkaisuksi verkon terminointia laskemalla



(a) (b)

Kuva 4: Simulaatio, jossa (a) verkon toiselle pitkälle sivulle on määritelty heijastava reunaehto $r = 1$ ja vastakkaiselle sivulle ensimmäisen asteen Taylor-sarjakehitelmällä toteutettu absorboiva reunaehto $r = 0$. Toisessa simulaatiossa (b) heijastava reunaehto on korvattu negatiiviseen suuntaan reunan suuntaisesti etenevää aaltoa vaimentavalla ehdolla.

äänenpaineen arvo reuna-alkion kohdalla Taylorin sarjakehitelmällä [7]

$$p_{B,r=0}(t) = p_1(t-1) + \Delta t p_1'(t-1) + \frac{\Delta t^2}{2!} p_1''(t-1) + \frac{\Delta t^3}{3!} p_1'''(t-1) + \cdots \tag{6}$$

Tämä sarjakehitelmä voidaan esittää arvojen p_i avulla halutulla tarkkuudella [7], kun derivaatat lasketaan differensseinä

$$\begin{aligned} p_1'(t-1) &= p_1(t-1) - p_2(t-2), \\ p_1''(t-1) &= p_1'(t-1) - p_2'(t-2) = p_1(t-1) - 2 \cdot p_2(t-2) + p_3(t-3), \end{aligned} \tag{7}$$

joten esimerkiksi Taylorin sarjakehitelmän ensimmäisen asteen yhtälö voidaan kirjoittaa

$$p_{B,r=0}(t)_1 = p_1(t-1) + \Delta t p_1'(t-1) = 2 \cdot p_1(t-1) - p_2(t-2). \tag{8}$$

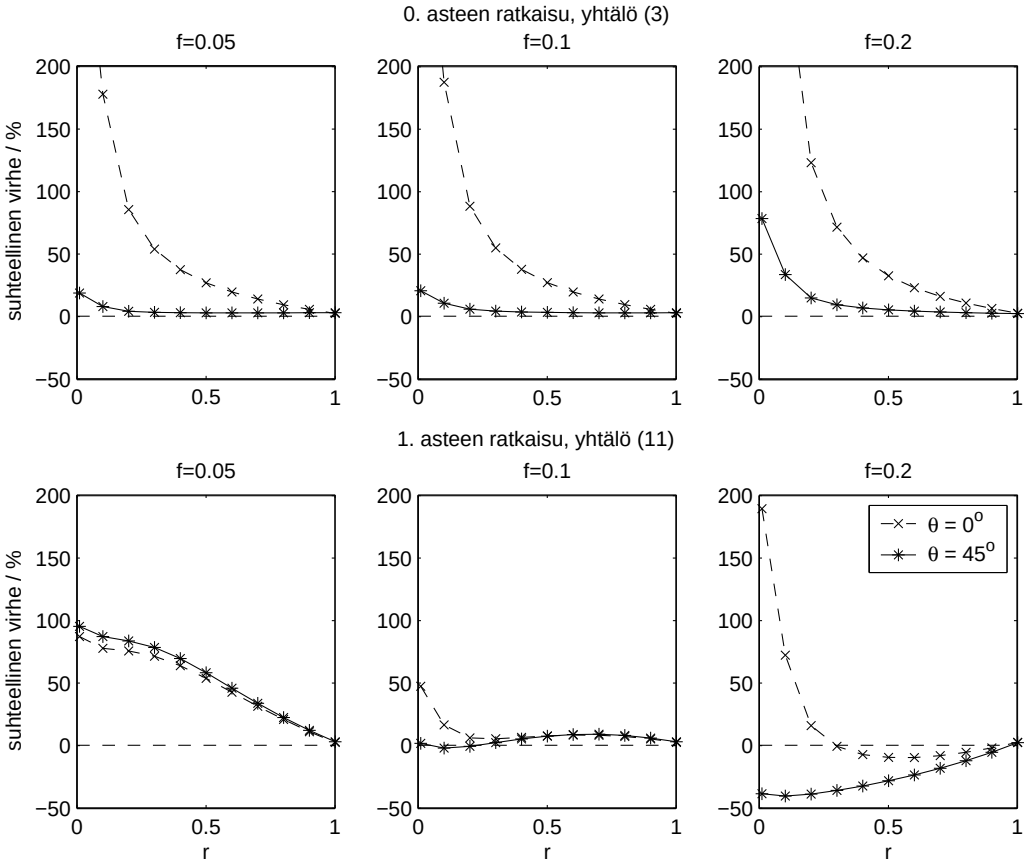
Suoritetut simulaatiot osoittivat ensimmäisen ja toisen asteen sarjakehitelmien tuovan huomattavan parannuksen vaimennukseen, mikä on nähtävissä kuvassa 3. Kolmannen asteen termien lisääminen ei enää vaikuttanut tulokseen yhtä dramaattisesti. Tuloksista voidaan havaita approksimaation yksisuuntaisuuden aiheuttama suuntariippuvuus. Jos aallon oletetaan etenevän reunan kohtisuoran sijaan reunan suuntaisesti, voidaan p:n derivaatat kirjoittaa kohtisuoran koordinaatin sijaan reunan suuntaisiksi. Kuvan 1(b) merkinnöin

$$\begin{aligned} p_1'(t-1) &= p_1(t-1) - p_{1,-1}(t-2), \\ p_1''(t-1) &= p_1(t-1) - 2 \cdot p_{1,-1}(t-2) + p_{1,-2}(t-3), \end{aligned} \tag{9}$$

jolloin yhtälö 8 saa muodon

$$p_{B,r=0}(t)_1 = 2 \cdot p_1(t-1) - p_{1,-1}(t-2). \tag{10}$$

Kuvassa 4(b) esitetään simulaatio, jossa tämä reunaa pitkin negatiiviseen suuntaan etenevää aaltoa vaimentava reunaehto heijastaa kohtisuoran aallon täysin ja voimistaa positiiviseen suuntaan etenevää aaltoa. Tämä menetelmä on siten käytännöllinen vain joissakin erikoistapauksissa.



Kuva 5: Heijastuskertoimen suhteellinen virhe vapaavalintaisen heijastuskertoimen yhtälöihin asetetun r:n funktiona. Ylemmissä kuvissa on esitetty alkuperäinen 0. asteen ratkaisu, alemmissa 1. asteen Taylor-sarjakehitelmällä saavutettu tulos.

2.3 Vapaasti asetettava heijastuskerroin

Kaikki heijastuskertoimen arvot välillä $r = -1 \ldots 1$ voidaan simuloida sijoittamalla haluttu heijastuskertoimen arvo yhtälöön (3). Huoneakustiikan mallintamisessa kiinnostava heijastuskertoimen arvoväli on $r = 0 \ldots 1$. Tarkastelemalla yhtälön (4) ja Taylor-sarjakehitelmän ensimmäisen asteen muotoja (8) havaitaan, että tilanteita $r = 1$ ja $r = 0$ approksimoivista yhtälöistä voidaan muodostaa lineaarikombinaatio

$$\begin{aligned} p_B(t) &= r \cdot p_{B,r=1} + (1-r) \cdot p_{B,r=0} \\ &= 2 \cdot p_1(t-1) - r \cdot p_B(t-2) - (1-r) \cdot p_2(t-2). \end{aligned} \tag{11}$$

Kombinoimalla voidaan asettaa absorption määrä kulloisellakin menetelmällä saavutettavien maksimin ja minimin välille. Kuvassa 5 on esitetty simulaatiotuloksista laskettuja arvoja heijastuskertoimen virheelle. Taylor-sarjakehitelmän maksimivirhe on alkuperäistä pienempi ja suuntariippuvuus on vähentynyt.

Kombinaatio näyttää tehtyjen simulaatioiden perusteella toimivan hyvin vain, jos heijastamaton reunaehto on samaa tai alempaa astelukua kuin heijastava reunaehto. Nostamalla vain heijastamattoman reunaehdon astelukua saavutetaan parempi absorptio, mutta virhe heijastuskertoimen $r = 0,5$ läheisyydessä kasvaa. Menetelmän heikkoutena on yhä myös absorption voimakas suuntariippuvuus.

3 YHTEENVETO

Taylorin sarjakehitelmä-approksimaatiolla toteutettuja absorboivien rajapintojen toteutuksia testattiin aaltojohtoverkossa. Toteutukset todettiin yksinkertaisiksi, joskin tarkkojen tulosten laskeminen vaatii toisen tai korkeamman asteen yhtälöiden käyttöä. Menetelmistä käyttökelpoisimmaksi todettiin toisen asteen Taylor-sarjakehitelmä. Absorption suuntariippuvuus on suuri, mikä rajoittaa menetelmän käytettävyyttä. Heijastavan ja heijastamattoman rajapinnan kombinaationa saatiin muodostettua rajapintoja, joiden heijastuskerroin on välillä $0 \leq r \leq 1$. Näiden laatu riippuu kombinoitujen rajapintojen laadusta ja ehtojen yhdenmukaisuudesta. Jatkossa pyritään löytämään parempia menetelmiä absorboivien reunaehtojen toteuttamiseen. Samalla pyritään löytämään tapoja toteuttaa heijastuskertoimeltaan hallitusti suunta- ja taajuusriippuvia rajapintoja.

KIITOKSET

Kiitokset aiheeseen liittyvistä keskusteluista prof. Vesa Välimäelle. Tätä Spatial Audio and Room Acoustics (SARA) -projektiin liittyvää tutkimusta on rahoittanut Suomen Akatemia (rahoituspäätös 201050).

VIITTEET

[1] VAN DUYNE S & SMITH J O, The 2-D digital waveguide mesh, in *Proc. IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA'93)*, New Paltz, NY, lokakuu 1993.

[2] SMITH J O, Physical modeling using digital waveguides, *Computer Music Journal*, **16**(1992) 4, 74–87.

[3] VÄLIMÄKI V & SAVIOJA L, Edistysaskelia moniulotteisen aaltoliikkeen mallinnuksessa, *Akustiikkapäivät 1999, Tampere 4. – 5.10.1999*, sivut 59 – 64, Akustinen seura ry., 1999.

[4] LOKKI T & SAVIOJA L, Huoneakustiikan mallinnus ja auralisaatio — katsaus nykytutkimukseen, *Akustiikkapäivät 2001, Espoo 8. – 9.10.2001*, sivut 129 – 134, Akustinen seura ry., 2001.

[5] SAVIOJA L & VÄLIMÄKI V, Reducing the dispersion error in the digital waveguide mesh using interpolation and frequency warping techniques, *IEEE Trans. Speech and Audio Processing*, **8**(2000), 184 – 194.

[6] SAVIOJA L, RINNE T, & TAKALA T, Simulation of room acoustics with a 3-D finite difference mesh, *Proc. Int. Computer Music Conf. (ICMC'94)*, sivut 463–466, Aarhus, Denmark, syyskuu 1994.

[7] MURPHY D T & MULLEN J, Digital waveguide mesh modelling of room acoustics: improved anechoic boundaries, *Proc. DAFX-02*, sivut 163 – 168, Hamburg, Germany, syyskuu 2002.

[8] SAVIOJA L & VÄLIMÄKI V, Improved discrete-time modeling of multi-dimensional wave propagation using the interpolated digital waveguide mesh, *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing (ICASSP'97)*, volume 1, sivut 459–462, Munich, Germany, huhtikuu 1997.